

RAPORT STIINTIFIC SINTETIC PENTRU INTREGUL PROIECT

(05 octombrie 2011- 04 octombrie 2014)

➤ Scurta descriere a proiectului (date generale)

- **Titlu: Probleme puternic neliniare in Mecanica Contactului**
- **GRANT al Autoritatii Nationale pentru Cercetare Stiintifica CNCS-UEFISCDI**
- **Cod: PN-II-RU-TE-2011-3-0223**
- **Perioada de derulare a proiectului: 05.10.2011-04.10.2014**
- Prezentul proiect focalizeaza probleme practice de Mecanica Contactului care se scriu prin intermediul ecuatiilor cu derivate partiale.

Proiectul are doua obiective principale. Un prim obiectiv este acela de a aduce o contributie in studiul variational al problemelor de mecanica contactului propunand abordari variationale alternative cum ar fi abordarile cu multiplicatori Lagrange sau abordarile prin intermediul bipotentialilor. Un al doilea obiectiv este acela de a aduce o contributie la rezolvarea unor noi modele de contact pentru materiale non standard; sunt focalizate probleme de contact pentru materiale cu comportament neliniar, de exemplu materiale ale caror legi constitutive sunt guvernate de un exponent variabil, materiale cu proprietati cuplate (de exemplu cele piezoelectrice), materiale vascoelastice.

Sunt vizate in principal rezultate de existenta, unicitate, stabilitate si aproximare eficienta a solutiilor slabe.

Pentru realizarea proiectului sunt necesare tehnici moderne de Matematica Aplicata Avansata, combinand Mecanica Mediilor Continue si Mecanica Materialelor cu Teoria Ecuatiilor cu Derivate Partiale, Analiza Neliniara, Analiza Convexa si Analiza Numerica.

- **Echipa**

Andaluzia-Cristina Matei (**Director**)

Maria Magdalena Boureanu

Ionel Roventa

- Obiective principale

(O1) Abordari variationale alternative in studiul matematic al problemelor de contact. Sunt focalizate formulari variationale via multiplicatori Lagrange sau formulari variationale via bipotentiali. Se vizeaza studiul existentei, unicitatii si stabilitatii solutiei slabe, precum si stabilirea tehnicii de aproximare.

(O2) Proprietati calitative pentru noi modele de contact ce implica materiale non-standard. Se focalizeaza studiul existentei, unicitatii si stabilitatii solutiei slabe pentru modele stationare sau modele cvasistatice, materialele implicate avand un comportament neliniar, non-standard, cum ar fi materiale a caror lege constitutiva implica termeni cu exponent variabil, materiale cu proprietati cuplate (de exemplu piezoelectrice), materiale vascoelastice.

- **Principalele rezultate** au fost incluse in **20 lucrari** care poarta mentiunea proiectului, dupa cum urmeaza.

Articole publicate

1. M. Barboteu, **A. Matei** and M. Sofonea, On the behavior of the solution of a viscoplastic contact problem, Quarterly of Applied Mathematics (ISI), DOI: <http://dx.doi.org/10.1090/S0033-569X-2014-01345-4>, publicat online pe 25 septembrie 2014.

2. **A. Matei**, Weak Solutions via Lagrange Multipliers for a Slip-dependent Frictional Contact Model, IAENG International Journal of Applied Mathematics, 44 (3), 2014, 151-156 (special issue WCE 2014-ICAEM'14); http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v44/issue_3/index.html

3. **A. Matei**, Weak solvability via Lagrange multipliers for contact problems involving multi-contact zones, Mathematics and Mechanics of Solids (ISI); DOI: 10.1177/1081286514541577, publicat online pe 7 iulie 2014.

4. **A. Matei**, An existence result for a mixed variational problem arising from Contact Mechanics, Nonlinear Analysis Series B: Real World Application (ISI), 20 (2014), 74-81. DOI: 10.1016/j.nonrwa.2014.01.010.

5. **A. Matei**, A variational approach via bipotentials for a class of frictional contact problems, Acta Applicandae Mathematicae (ISI), DOI: 10.1007/s10440-014-9868-1, publicat online pe 7 februarie 2014.

6. I. Roventa, Generalized equilibrium problems related to Ky Fan inequalities, *Abstract and Applied Analysis*, (ISI), Volume 2014, Article ID 301901, 6 pages; <http://dx.doi.org/10.1155/2014/301901>.

7. M. Boureanu, A. Matei and M. Sofonea, Nonlinear problems with $p(\cdot)$ -growth conditions and applications to antiplane contact models, *Advanced Nonlinear Studies (ISI)*, 14 (2014), 295-313.

8. A. Matei, On the solvability of mixed variational problems with solution-dependent sets of Lagrange multipliers, *Proceedings of The Royal Society of Edinburgh, Section: A Mathematics (ISI)*, 143(05), October 2013, 1047-1059; <http://dx.doi.org/10.1017/S0308210512000637>; ISSN: 0308-2105.

9. S. Hübner, **A. Matei**, B. Wohlmuth, A contact problem for electro-elastic materials, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM) (ISI)*, DOI: 10.1002/zamm.201200235, 93 (10-11), 789-800, October 2013. Special Issue: Mathematical Modeling: Contact Mechanics, Phase Transitions, Multiscale Problems.

10. A. Matei, Weak solvability via Lagrange multipliers for two frictional contact models, *Proceedings of 11-th French-Romanian Conference on Applied Mathematics (Colloque Franco-Roumain)*, 2012, Bucharest, *Annals of the University of Bucharest (mathematical series)*, 4(LXII), 179-191, 2013.

11. A. Matei, A variational approach via bipotentials for unilateral contact problems, *Journal of Mathematical Analysis and Applications (ISI)*, ISSN 0022-247X, Volume 397, Issue 1, 1 January 2013, Pages 371-380. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2012.07.065>.

12. I. Andrei, N. Costea and **A. Matei**, Antiplane shear deformation of piezoelectric bodies in contact with a conductive support, *Journal of Global Optimization (ISI)*; ISSN: 0925-5001 DOI: 10.1007/s10898-011-9815-x; Volume 56, Issue 1, pp 103-119, May 2013.

13. M. Barboteu, **A. Matei** and M. Sofonea, Analysis of Quasistatic Viscoplastic Contact Problems with Normal Compliance, *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics (ISI)*, DOI: 10.1093/qjmath/hbs016, 65(4), 555-579, 2012, ISSN 0033-5614.

14. I. Roventa, A note on Schur-concave functions, *Journal of Inequalities and Applications (ISI)*, DOI: 10.1186/1029-242X-2012-159, 2012:159, 9 pages.

15. M.M. Boureanu, Remarks on Neumann boundary value problems with variable exponents, *Bulletin of the Transilvania University of Brasov, Series III: Mathematics, Informatics, Physics*, 5(54), 55-66, 2012.

Monografie de cercetare publicata

16. M. Sofonea and **A. Matei**, *Mathematical Models in Contact Mechanics*, London Mathematical Society, Lecture Note Series 398, Cambridge University Press, 2012.

Articol acceptat pentru publicare

17. **A. Matei**, Two abstract mixed variational problems and applications in Contact Mechanics, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, acceptat in septembrie 2014, publicat online pe 13 octombrie 2014; <http://dx.doi.org/10.1016/j.nonrwa.2014.09.014>, (DOI: 10.1016/j.nonrwa.2014.09.014).

Articol publicat in volumul unei conferinte

18. **A. Matei**, A mixed variational formulation for a slip-dependent frictional contact model, *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The World Congress on Engineering 2014*, 2-4 July, 2014, London, U.K., pp 750-754 (ISBN: 978-988-19253-5-0, ISSN: 2078-0958).

Articole trimise spre publicare

19. **A. Matei**, Weak solutions via Lagrange multipliers for contact models with normal compliance, special issue IECMSA 2014, *Konuralp Journal of Mathematics* submitted.

20. **I. Roventa**, Strongly majorization properties and applications related to Schur-convexity, submitted.

- O importanta componenta a activitatii de cercetare-documentare a fost realizata in timpul urmatoarelor vizite:
 - Technische Universitat Munchen (TUM), Mathematik und Informatik Zentrum: 10 august- 18 august, 2014 (**A. Matei**)
Principala tema abordata in timpul vizitei: Probleme de evolutie in Mecanica Contactului intr-o abordare cu multiplicatori Lagrange.
 - Technische Universitat Munchen (TUM), Mathematik und Informatik Zentrum: 26 august- 12 septembrie, 2013 (**A. Matei**)
Principala tema abordata in timpul vizitei: probleme de contact cu complianta normala.
 - Technische Universitat Munchen (TUM), Mathematik und Informatik Zentrum: 22 iulie- 2 august, 2013 (**A. Matei**)
Principala tema abordata in timpul vizitei: probleme de contact vascoelastice.
 - University of Perpignan (LAMPS): 10 iunie-23 iunie, 2012 (**A. Matei**)
Principala tema abordata in timpul vizitei: modele matematice vascoplastice in Mecanica Contactului.

- Technische Universität München (TUM), Mathematik und Informatik Zentrum: 19 aprilie -30 aprilie, 2012 (**A. Matei**)
Principala tema abordata in timpul vizitei: probleme electro-elastice.
- Milano Bicocca University: 2 mai-11 mai, 2012 (**M.M. Boureau**)
Principala tema abordata in timpul vizitei: ecuatii cu derivate partiale neliniare.

- O parte a rezultatelor obtinute au fost diseminate in cadrul urmatoarelor evenimente stiintifice:
 - The 2014 International Conference of Applied and Engineering Mathematics London, U.K., 2-4 July 2014 (ICAEM'14), into the frame of The World Congress on Engineering 2014 (WCE 2014). Imperial College London, U.K. (**A. Matei**)
 - The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, July 07- July 11, 2014, Madrid, Spain (**M. Boureau**)
 - 3rd International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, Technische Universität Wien (TU Vienna), Austria, 25-28 August, 2014 (**A. Matei**)
 - The 21-st Conference of Applied and Industrial Mathematics-CAIM 2013, 19-22 September, Bucharest, Romania (**A. Matei**)
 - Workshop for Young Researchers in Mathematics, May 09-10, 2013 Ovidius University, Constanta, Romania (**A. Matei**).
 - XI-eme Colloque Franco-Roumain de Mathematiques Appliquees, Universite de Bucarest, 24-30 Aout 2012, Roumanie (**A. Matei**: joint work with Mircea Sofonea)
 - 41-eme Congres National d'Analyse Numerique, SuperBesse- Puy-de-Dome, 21-25 mai 2012, Universite Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France (**joint work A. Matei and I. Roventa**).
 - Workshop for Young Researchers in Mathematics, May 10-11, 2012, Ovidius University, Constanta, Romania (**A. Matei**).

- Seminarul stiintific al proiectului a gazduit urmatoarea prelegere a unui colaborator invitat:

History-dependent operators in Contact Mechanics

Professor Mircea Sofonea, University of Perpignan, France; October 12, 2012.

➤ Scurta descriere a principalelor rezultate

❖ **Rezultate corespunzatoare primului obiectiv**

- **A. Matei**, Two abstract mixed variational problems and applications in Contact Mechanics, Nonlinear Analysis: Real World Applications, **ISI**, <http://dx.doi.org/10.1016/j.nonrwa.2014.09.014>, DOI: 10.1016/j.nonrwa.2014.09.014

Rezumat - Prezenta lucrare focalizeaza doua probleme variationale mixte abstracte. Fiecare problema este un sistem variational format din doua inegalitati. Prima problema este guvernata de doua functionale convexe, J si ϕ . A doua problema este guvernata de o functionala convexa J si de o bifunctionala j , convexa in al doilea argument. Utilizand o tehnica de punct sa, se demonstreaza existenta si unicitatea solutiei primei probleme. Apoi, se combina acest rezultat cu o tehnica de punct fix si se demonstreaza existenta si unicitatea solutiei celei de a doua probleme. Rezultatele abstracte obtinute se aplica la rezolvarea in sens slab a unor probleme de mecanica contactului. Pentru a ilustra aplicabilitatea rezultatelor obtinute, in prezentul articol sunt indicate trei exemple.

- **A. Matei**, Weak Solutions via Lagrange Multipliers for a Slip-dependent Frictional Contact Model, *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 44 (3), 2014, 151-156 (special issue, http://www.iaeng.org/IJAM/issues_v44/issue_3/index.html).

Rezumat - Se investigheaza un model elastostatic 3D, cu frecare dependenta de alunecare. Din punct de vedere matematic modelul este descris prin intermediul unui sistem de ecuatii cu derivate partiale caruia i se asociaza o conditie la limita in deplasari omogena, o conditie la limita in tractiuni si o conditie la limita de contact cu frecare dependenta de alunecare. Se studiaza existenta si marginirea solutiilor slabe. Lucrarea, publicata intr-un volum special ICAEM'14 (WCE 2014), este varianta extinsa si imbunatatita a lucrarii:

[**A. Matei**, A mixed variational formulation for a slip-dependent frictional contact model, *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The World Congress on Engineering 2014*, 2-4 July, 2014, London, U.K., pp 750-754 (ISBN: 978-988-19253-5-0, ISSN: 2078-0958).]

- **A. Matei**, Weak solutions via Lagrange multipliers for frictional contact models with normal compliance, special issue IECMSA 2014, *Konuralp Journal of Mathematics*, Proceedings of 3rd International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, submitted.

*Rezumat - Se considera o problema de contact cu frecare si complianta normala. Legea de contact cu frecare se scrie prin intermediul conditiei cu complianta normala in combinatie cu o versiune a legii lui Coulomb. Dupa formularea ipotezelor de lucru se investigheaza existenta si marginirea solutiilor utilizandu-se un rezultat abstract recent obtinut in lucrarea [A. Matei, On the solvability of mixed variational problems with solution-dependent sets of Lagrange multipliers, *Proceedings of The Royal Society of Edinburgh, Section: A Mathematics*, 143(05), 2013, 1047-1059]*

- **A. Matei**, Weak solvability via Lagrange multipliers for contact problems involving multi-contact zones, Mathematics and Mechanics of Solids, ISI , DOI: 10.1177/1081286514541577.

Rezumat- Se investigheaza comportamentul unui corp elastic care, pe o bucata a frontierei este in contact cu frecare cu o fundatie, iar pe o alta bucata de frontiera poate intra in contact cu un obstacol rigid. Asociem acestui cadru fizic doua modele mecanice. Fiecare model este descris din punct de vedere matematic prin intermediul unei probleme la limita ce consta dintr-un sistem de ecuatii cu derivate pariale asociat cu o conditie la limita in deplasari, o conditie la limita in tractiuni, o conditie de contact cu frecare si o conditie de contact unilateral fara frecare. In ambele modele contactul unilateral este descris prin conditia Signorini cu gap nenul. Diferenta dintre modele este data de conditia de contact cu frecare utilizata. In primul model se utilizeaza o conditie cu tensiune normala impusa. In al doilea, se utilizeaza o conditie de contact bilateral cu frecare. Pentru fiecare model se obtine o formulare variationala care este o problema de punct sa generalizata. Se studiaza apoi existenta, unicitatea si marginirea solutiilor slabe. Se discuta de asemenea aspecte privind aproximarea solutiilor slabe (initial, lucrarea a fost sumisa cu titlul " A variational technique for solving a class of multi-contact problems "; titlul a fost schimbat la sugestia referentilor).

- **A. Matei**, An existence result for a mixed variational problem arising from Contact Mechanics, Nonlinear Analysis: Real World Applications (ISI), vol. 20, December 2014, 74-81, DOI:10.1016/j.nonrwa.2014.01.010.

Rezumat - Se considera o problema variationala mixta in a carei scriere apare un operator generalizat-monoton, hemicontinuu, neliniar. Problema propusa este un sistem variational ce consta dintr-o ecuatie variationala scrisa intr-un spatiu Banach reflexiv real si o inegalitate variationala scrisa intr-o submultime a unui al doilea spatiu Banach reflexiv real. Se investigheaza existenta solutiei utilizand o teorema de punct fix pentru aplicatii multivoce. Pentru a ilustra teoria este prezentat un exemplu din Mecanica Contactului.

- **I. Roventa**, Generalized equilibrium problems related to Ky Fan inequalities, Abstract and Applied Analysis Volume 2014 (2014), ISI, Article ID 301901, 6 pages <http://dx.doi.org/10.1155/2014/301901>.

Rezumat - Se demonstreaza existenta solutiei pentru o problema de echilibru generalizata folosind o extensie asimetrica a inegalitatii Ky-Fan, ceea ce permite introducerea unui algoritm de punct fix.

- **A. Matei**, A variational approach via bipotentials for a class of frictional contact problems, Acta Applicandae Mathematicae (ISI), DOI: 10.1007/s10440-014-9868-1.

Rezumat - Se studiaza o clasa de probleme de contact cu frecare cu tensiune normala impusa, pentru materiale neliniar elastice. Utilizand o functie bipotential ce depinde de aplicatia constitutiva si de conjugata ei Fenchel, precum si un potential ce depinde de tensiunea normala impusa si de coeficientul de frecare, se obtine o formulare variationala ce consta dintr-un sistem format din doua inegalitati variationale. Necunoscuta sistemului este perechea formata din vectorul deplasare si tensorul tensiune Cauchy. Se demonstreaza existenta si unicitatea solutiei slabe utilizand argumente de minimizare pentru functionale

atasate sistemului variational. De asemenea se discuta relevanta acestei noi abordari, evidentiindu-se relatia de legatura intre noua abordare si abordarile anterioare.

- **A. Matei**, On the solvability of mixed variational problems with solution-dependent sets of Lagrange multipliers, Proceedings of The Royal Society of Edinburgh, Section: A Mathematics (ISI); 143(05), October 2013, 1047-1059;
<http://dx.doi.org/10.1017/S0308210512000637>; ISSN: 0308-2105.

Rezumat - S-a studiat o problema variationala mixta abstracta, multimea multiplicatorilor Lagrange depinzand de solutie. Problema consta dintr-un sistem format dintr-o ecuatie variationala si o inegalitate variationala. Se demonstreaza existenta solutiei utilizand o tehnica de punct fix pentru aplicatii slab secvential continue. Rezultatul abstract obtinut se aplica la rezolvarea in sens slab a unei probleme la limita ce modeleaza contactul cu frecare dintre un corp cilindric deformabil si o fundatie rigida.

- **A. Matei**, Weak solvability via Lagrange multipliers for two frictional contact models, Proceedings of 11-th French-Romanian Conference on Applied Mathematics (Colloque Franco-Roumain), 2012, Bucharest, Annals of the University of Bucharest (mathematical series), 4(LXII), 179-191, 2013.

Rezumat - Se considera doua modele de contact cu frecare pentru materiale neliniar elastice. Pentru fiecare model se propune o formulare variationala in forma unei probleme de punct sa generalizata. Se demonstreaza apoi existenta, unicitatea si stabilitatea solutiei slabe. Demonstratiile se bazeaza pe rezultate abstracte in studiul unei clase de probleme de punct sa generalizate abstracte.

- **A. Matei**, A variational approach via bipotentials for unilateral contact problems, Journal of Mathematical Analysis and Applications (ISI), ISSN 0022-247X, Volume 397, Issue 1, 1 January 2013, Pages 371-380.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2012.07.065>.

Rezumat - Se considera un model de contact unilateral pentru materiale neliniar elastice, in ipoteza micilor deformatii, pentru procese stationare. Contactul este modelat cu conditia Signorini cu gap nul iar frecarea se neglijeaza in potentiala zona de contact. Comportamentul materialului se modeleaza prin intermediul unei incluziuni subdiferentiale, aplicatia constitutiva fiind proprie, convexa si inferior semicontinua. Dupa descrierea modelului se realizeaza o formulare variationala utilizand o functie bipotential ce depinde de aplicatia constitutiva si de conjugata ei Fenchel. Se ajunge la un sistem de doua inegalitati variationale a carui necunoscuta este perechea formata din vectorul deplasare si tensorul tensiune Cauchy. Necunoscuta se cauta intr-un produs cartezian de doua submultimi convexe, inchise, nemarginite a doua spatii Hilbert. Se demonstreaza existenta si unicitatea solutiei slabe utilizand argumente de minimizare pentru functionale potrivit asociate sistemului variational. Se discuta de asemenea in ce masura noua abordare variationala propusa este legata de abordarile variationale anterioare, prezente in literatura.

- **I. Roventa**, A note on Schur-concave functions, Journal of Inequalities and Applications (ISI), DOI: 10.1186/1029-242X-2012-159, 2012:159, 9 pages.

Rezumat - S-a considerat o clasă de funcții Schur-concave ce verifică proprietăți speciale, date de verificarea inegalităților izoperimetrice și Brunn-Minkowski. Aplicații ale acestor funcții se regăsesc în programarea geometrică și teoria optimizării.

- **I. Roventa**, Strongly majorization properties and applications related to Schur-convexity, submitted.

Rezumat - In aceasta lucrare, se introduce un nou concept de majorizare pe baza caruia se studiaza noi proprietati de majorizare, cu aplicatii in teoria grafurilor, teoria optimizarii si a inegalitatilor geometrice.

❖ **Rezultate corespunzatoare celui de al doilea obiectiv**

- **M. Barboteu, A. Matei** and M. Sofonea, On the behavior of the solution of a viscoplastic contact problem, Quarterly of Applied Mathematics (ISI), DOI: <http://dx.doi.org/10.1090/S0033-569X-2014-01345-4>.

Rezumat- Se considera un model matematic care descrie contactul fara frecare dintre un corp viscoplastic si un obstacol. Procesul este cvasistatic si contactul este modelat cu complianta normala si contrangere unilaterala. S-a dat o formulare variationala mixta a modelului dupa care s-a demonstrat existenta si unicitatea solutiei slabe. De asemenea, a fost obtinuta o estimare care conduce la dependenta continua a solutiei slabe in raport cu functia complianta normala si pragul de penetrare. Rezultatul de convergenta a fost validat numeric.

- **M.M. Boureau, A. Matei** and M. Sofonea, Nonlinear problems with $p(\cdot)$ -growth conditions and applications to antiplane contact models, Advanced Nonlinear Studies, ISI , ISSN 1536-1365, 14 (2014), 295-313.

Rezumat - Se considera o problema la limita ce implica operatori de forma $\operatorname{div}(a(\cdot, \nabla u(\cdot)))$, in care a este o functie Caratheodory ce satisface o conditie de $p(\cdot)$ -crestere. In vederea rezolvarii in sens slab a problemei se introduc spatii Lebesgue si Sobolev cu exponent variabil, precizandu-se principalele proprietati ale acestora. Principalul rezultat de existenta si unicitate este Teorema 3.1 a carei demonstratie se bazeaza pe un argument de tip Weierstrass. Sunt considerate apoi doua probleme de contact antiplane pentru materiale elastice neomogene, de tip Hencky. Contactul este cu frecare si se modeleaza cu o versiune

regularizata a legii de frecare Tresca precum si cu o lege de frecare tip putere. Deoarece modelele mecanice se incadreaza in tiparul problemei abstracte studiate, studiul acestora a fost realizat utilizand Teorema 3.1.

- S. Hüeber, **A. Matei**, B. Wohlmuth, A contact problem for electro-elastic materials, Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM) (ISI), DOI: 10.1002/zamm.201200235, 93 (10-11), 789-800, October 2013. Special Issue: Mathematical Modeling: Contact Mechanics, Phase Transitions, Multiscale Problems.

Rezumat - Se analizeaza contactul unilateral fara frecare dintre un corp electro-elastic si o fundatie rigida, conductiva electric. In potentiala zona de contact se scrie conditia Signorini cu gap nenul si o conditie de contact electric, coeficientul de conductivitate depinzand de vectorul Cauchy. Se obtine o formulare variationala si se demonstreaza existenta, unicitatea si stabilitatea solutiei slabe. Studiul se bazeaza pe o tehnica de punct fix pentru aplicatii slab secvential continue. Aplicabilitatea modelului este ilustrata printr-un exemplu numeric.

- I. Andrei, N. Costea and **A. Matei**, Antiplane shear deformation of piezoelectric bodies in contact with a conductive support, Journal of Global Optimization (ISI); ISSN: 0925-5001 DOI: 10.1007/s10898-011-9815-x; Volume 56, Issue 1, pp 103-119, May 2013.

Rezumat - Se considera un model matematic ce descrie contactul cu frecare dintre un corp piezoelectric si un suport electric conductiv. Comportamentul materialului se modeleaza printr-o lege constitutiva cuplata, electro-elastica; contactul cu frecare este descris prin intermediul unei conditii la limita ce implica gradientul generalizat in sensul lui Clarke iar conditia electrica pe suprafata de contact este descrisa utilizand subdiferentiala unei functionale proprii, convexe, inferior semicontinue. Se obtine o formulare variationala a modelului si utilizand o teorema de punct fix pentru aplicatii multivoce se demonstreaza existenta a cel putin unei solutii slabe. Unicitatea solutiei este de asemenea discutata. Investigarea se bazeaza pe argumente in teoria inegalitatilor variational-hemivariationale.

- M. Barboteu, **A. Matei** and M. Sofonea, Analysis of Quasistatic Viscoplastic Contact Problems with Normal Compliance, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics (ISI), DOI: 10.1093/qjmam/hbs016, 65(4), 555-579, 2012, ISSN 0033-5614.

Rezumat - Se considera doua probleme cvasistatice ce descriu contactul dintre un corp vascoplastic si un obstacol. Contactul este fara frecare si este modelat cu complianta normala asa incat, in prima problema penetrarea nu este restrictionata dar in a doua problema penetrarea este restrictionata cu o constrangere unilaterala. Pentru fiecare problema se obtine o formulare variationala dupa care se realizeaza o rezolvare in sens slab. Demonstratiile se bazeaza pe un rezultat recent in teoria inegalitatilor cvasivariationale istoric-dependente obtinut in (Sofonea and Matei, Eur. J. Appl. Math. 22 (2011)) . In continuare se demonstreaza convergenta solutiei slabe a primei probleme la solutia slaba a celei de a doua probleme, cand coeficientul de rigiditate al fundatiei converge la infinit. In final se realizeaza validarea numerica a rezultatului de convergenta, prezentandu-se simulari numerice in studiul unui exemplu 2D.

- **M.M. Boureanu**, Remarks on Neumann boundary value problems with variable exponents, Bulletin of the Transilvania University of Brasov, Series III: Mathematics, Informatics, Physics, 5(54), 55-66, 2012.

Rezumat - Se studiaza probleme eliptice cu conditii Neumann in cadrul spatiilor izotropice si anizotropice cu exponenti variabili. Se stabileste un rezultat de existenta si unicitate privind o problema cu un operator generalizat $p(\cdot)$ - Laplace. In plus, sunt prezentate legaturi cu alte rezultate anterioare: unele legaturi vizeaza acelasi operator $p(\cdot)$ - Laplace, altele vizeaza operatorul $p^{\vec{\cdot}}(\cdot)$ -Laplace.

- M. Sofonea and **A. Matei**, Mathematical Models in Contact Mechanics, London Mathematical Society, Lecture Note Series 398, Cambridge University Press, 2012 (research monograph).

Acest text furnizeaza o introducere completa in teoria inegalitatilor variationale cu accent pe Mecanica Contactului. Acopera rezultate de existenta, unicitate si rezultate de convergenta pentru inegalitati variationale, incluzand modelarea si analiza variationala a unor probleme de contact cu frecare pentru materiale elastice, vascoelastice, vascoplastice. Sunt prezentate noi modele de contact, incluzand cazul contactului pentru materiale piezoelectrice. O atentie particulara a fost acordata studiului unor inegalitati cvasivariationale istoric-dependente precum si aplicatiilor acestora in studiul unor probleme de contact cu constrangeri unilaterale. Cartea ilustreaza puternica legatura intre modelare, analiza matematica neliniara si aplicatii.

➤ **Conferinte** (nume conferinte/titluri/autori/rezumate)

- *The 2014 International Conference of Applied and Engineering Mathematics London, U.K., 2-4 July 2014 (ICAEM'14), into the frame of The World Congress on Engineering 2014 (WCE 2014), Imperial College London.*
 - **A. Matei**, *A mixed variational formulation for a slip-dependent frictional contact model, Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of The World Congress on Engineering 2014, 2-4 July, 2014, London, U.K., pp 750-754 (ISBN: 978-988-19253-5-0, ISSN: 2078-0958).*

S-a discutat un model tridimensional de contact cu frecare dependenta de alunecare. Pentru acest model s-a propus o formulare variationala ca problema variationala mixta a carei multime de multiplicatori este dependenta de solutie. Pentru problema variationala formulata s-a investigat existenta si marginirea solutiilor. Demonstratiile s-au bazat pe un recent rezultat care poate fi gasit in lucrarea [A. Matei, On the solvability of mixed variational problems with solution-dependent sets of Lagrange multipliers, Proceedings of The Royal Society of Edinburgh, Section: A Mathematics, 143(05), 2013, 1047-1059]. (<http://www.iaeng.org/WCE2014/schedule/index.html>).

- *The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, July 07- July 11, 2014, Madrid, Spain*
 - **M.M. Boureanu**, *Variable exponent problems involving generalized operators.*

Studiul problemelor cu exponenți variabili devine din ce în ce mai popular datorită unei game largi de aplicații în variate domenii. În acest context, suntem preocupati de problemele eliptice cu operatori generalizati ce sunt inruditi cu doua clase bine cunoscute de operatori. Mai exact, ne referim la operatorii de tip Laplace și la operatorii de tip curbura medie. Discuția noastră este purtata în cadrul spațiilor cu exponent variabil și demonstrațiile se bazează pe teoria punctului critic (http://www.aims sciences.org/AIMS-Conference/conf-reg2014/abstracts/ss34_Abstract.pdf)

- *3rd International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications, Viena, 25-28 August, 2014*
- *A. Matei, Weak solutions via Lagrange multipliers for contact models with normal compliance.*

S-a studiat o problema de contact tridimensională, cu frecare și complianță normală, pentru materiale liniar elastice, procesele vizate fiind cele staționare. S-au prezentat rezultate de existență și marginire pentru soluții în sens slab, utilizându-se o formulare variațională mixtă cu mulțimea multiplicatorilor dependentă de soluție. (<http://www.iecmsa.org/kitapciklar/abstractbook.pdf>).

- *The 21-st Conference of Applied and Industrial Mathematics-CAIM 2013, 19-22 September, Bucharest, Romania*
- *A. Matei, A variational method for solving a class of boundary value problems arising from Contact Mechanics.*

Prezenta lucrare este bazată pe recentul articol [A. Matei, On the solvability of mixed variational problems with solution-dependent sets of Lagrange multipliers, Proceedings of The Royal Society of Edinburgh, Section: A Mathematics]. A fost vizată o metodă variațională în rezolvarea unei clase de probleme la limita în Mecanica Contactului. Baza din punct de vedere variațional o constituie o problema variațională abstractă mixtă având mulțimea multiplicatorilor Lagrange dependentă de soluție. S-a discutat în primul rând existența soluției problemei abstracte. Discuția s-a bazat pe o tehnică de punct fix pentru aplicații slab secvențial continue. În continuare s-a aplicat rezultatul abstract la rezolvarea în sens slab a unei probleme la limita care modelează contactul cu frecare între un corp cilindric deformabil și o fundație rigidă, în context antiplan. În plus, au fost indicate modele 3D de contact ce conduc la probleme variaționale mixte având mulțimea multiplicatorilor Lagrange dependentă de soluție.

- *Workshop for Young Researchers in Mathematics, May 09-10, 2013 Ovidius University, Constanta, Romania.*
- *A. Matei, A unilateral contact model and its weak solvability by a new variational approach. A review of recent results*

În această prelegere au fost prezentate rezultate recent obținute în articolul [A. Matei, A variational approach via bipotentials for unilateral contact problems, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 397, Issue 1, 2013, Pages 371-380]. S-a considerat un model de contact unilateral fără frecare, 3D pentru materiale neliniar elastice. Modelul mecanic a fost descris din punct de vedere matematic printr-o problema la limita ce consta

dintr-un sistem de ecuatii cu derivate partiale asociat unei conditii la limita in deplasari, unei conditii la limita in tractiuni si unei conditii de contact. Contactul a fost modelat cu o conditie Signorini cu gap zero, neglijandu-se frecarea in zona potentiala de contact. Comportamentul materialului a fost descris prin intermediul unei legi constitutive care implica un operator neliniar elastic, posibil multivoc. S-a dat o formulare variationala utilizand o functie bipotential ce depinde de aplicatia constitutiva si conjugata ei Fenchel. Se ajunge la un sistem de doua inegalitati variationale a carui necunoscuta este perechea ce consta din vectorul deplasare si tensorul tensiune Cauchy. Se demonstreaza existenta si unicitatea solutiei slabe utilizand argumente de minimizare pentru functionale asociate sistemului variational.

- XI-eme Colloque Franco-Roumain de Mathematiques Appliquees, Universite de Bucarest, 24-30 Aout 2012, Roumanie.
- **A. Matei, M. Sofonea, Un probleme viscoplastique de contact avec contraintes unilaterales**

Au fost prezentate mai multe conditii la limita care pot modela contactul intre un corp deformabil si o fundatie. Apoi aceste conditii au fost utilizate in construirea unui model matematic ce descrie procese cvasistatice de contact pentru materiale viscoplastice. Acest model a fost studiat in cadrul Teoriei Matematice a Mecanicii Contactului demonstrandu-se existenta si unicitatea solutiei slabe precum si mai multe rezultate de convergenta. Demonstratiile au fost bazate pe argumente de inegalitati cvasivariationale cu termen memorie. Au fost prezentate de asemenea simulari numerice care valideaza rezultatele de convergenta.

- 41-eme Congres National d'Analyse Numerique, SuperBesse- Puy-de-Dome, 21-25 mai 2012, Universite Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France.
- **I. Roventa, A. Matei, On the solvability of an abstract variational system**

Aceasta prelegere a focalizat rezolvarea unui sistem variational abstract care consta din doua inegalitati variationale. Necunoscuta sistemului este o pereche intr-un produs cartezian de doua submultimi inchise, convexe, nemarginite a doua spatii Banach reflexive. S-a demonstrat existenta si unicitatea solutiei; de asemenea s-a discutat problema aproximarii solutiei utilizand un algoritm multinivel de tip aditiv. Astfel de algoritmi au fost recent introdusi in lucrarea [L.Badea, Multigrid methods for variational inequalities, Preprint series of the Institute of Mathematics of the Romanian Academy 1, 2010] pentru o clasa de inegalitati variationale abstracte. Sistemul variational abstract in discutie se afla in legatura cu formularea variationala a unor probleme elastice neliniare. Pentru a exemplifica, s-a facut referire la problema la limita in deplasari-tractiuni recent studiata in lucrarea [A. C. Matei and C. P. Niculescu, Weak solutions via bipotentials in mechanics of deformable solids, J. Math. Anal. Appl. 379 (2011), No. 1, 15-25].

- Workshop for Young Researchers in Mathematics, May 10-11, 2012, Ovidius University, Constanta, Romania.
- **A. Matei, A quasistatic contact model leading to a history-dependent quasivariational inequality**

In aceasta prelegere, bazata pe o lucrare in colaborare cu Mircea Sofonea, s-a focalizat un model de contact cvasistatic formulat pe intervalul temporal nemarginit $[0; \infty)$. Dupa descrierea modelului, s-a indicat o formulare variationala sub forma unei inegalitati cvasivariationale cu termen istoric dependent. Bazat pe un rezultat de punct fix obtinut in lucrarea [M. Sofonea, C. Avramescu and A. Matei, A Fixed point result with applications in the study of viscoplastic frictionless contact problems, Communications on Pure and Applied Analysis, DOI:10.3934/cpaa.2008.7.645, 7(3), 645-658, 2008], s-a demonstrat existenta si unicitatea solutiei slabe. S-au indicat apoi mai multe modele de contact ce pot fi analizate similar, facandu-se referire la lucrarea [M. Sofonea and A. Matei, History-dependent quasi-variational inequalities arising in contact mechanics, European Journal of Applied Mathematics, DOI:10.1017/S0956792511000192, vol. 22, 471-491, 2011].

Prelegere/colaborator invitat :

History-dependent operators in Contact Mechanics; October 12, 2012, **Professor Mircea Sofonea**, University of Perpignan, France.

In aceasta prelegere au fost prezentate rezultate de existenta si unicitate pentru inegalitati variationale si hemivariationale cu operatori istoric dependenti. Aceste rezultate au fost utilizate apoi in studiul mai multor probleme de contact pentru materiale vascoelastice sau vascoplastice. In plus, au fost discutate probleme de regularitate si rezultate de convergenta. De asemenea au fost prezentate simulari numerice pentru probleme test in dimensiunea 2.

TABEL 1

Nr crt	Articole ISI ce poarta mentiunea proiectului PN-II-RU-TE-2011-3-0223	Jurnal	Situatia articolului	Factor de impact
1	A. Matei , On the solvability of mixed variational problems with solution-dependent sets of Lagrange multipliers; 143(05), October 2013, 1047-1059 http://dx.doi.org/10.1017/S0308210512000637	Proceedings of The Royal Society of Edinburgh, Section: A Mathematics ISSN: 0308-2105.	publicat	0,777
2	S. Hüber, A. Matei , B. Wohlmuth, A contact problem for electro-elastic materials; DOI: 10.1002/zamm.201200235, 93 (10-11), 789-800, October	Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM) ISSN: 0044-2267	publicat	1,008

	2013. Special Issue: Mathematical Modeling: Contact Mechanics, Phase Transitions, Multiscale Problems			
3	A. Matei , A variational approach via bipotentials for unilateral contact problems; Volume 397, Issue 1, 1 January 2013, Pages 371-380. http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2012.07.065 . WOS: 000309381100031	Journal of Mathematical Analysis and Applications (JMAA) ISSN 0022-247X;	publicat	1,119
4	I. Andrei, N. Costea and A. Matei , Antiplane shear deformation of piezoelectric bodies in contact with a conductive support; DOI: 10.1007/s10898-011-9815-x; Volume 56, Issue 1, pp 103-119, May 2013. WOS: 000317079100006	Journal of Global Optimization (JOGO) ISSN: 0925-5001	publicat	1,355
5	M. Barboteu, A. Matei and M. Sofonea, Analysis of Quasistatic Viscoplastic Contact Problems with Normal Compliance; DOI: 10.1093/qjmam/hbs016 65(4), 555-579, November 2012. WOS: 000310892600005	The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics (QJMAM) ISSN 0033-5614.	publicat	0,571
6	I. Roventa , A note on Schur-concave functions; DOI: 10.1186/1029-242X-2012-159 (iulie) 2012:159, 9 pages.	Journal of Inequalities and Applications ISSN: 1029-242X (Springer Open Journal)	publicat (online)	0,77
7	M. Boureanu , A. Matei and M. Sofonea, Nonlinear problems with p(.)-growth conditions and applications to antiplane contact	Advanced Nonlinear Studies ISSN 1536-1365	publicat	0,674

	models. 14 (2014), 295-313			
8	I. Roventa , Generalized equilibrium problems related to Ky Fan inequalities, Abstract and Applied Analysis Volume 2014 (2014), Article ID 301901, 6 pages; http://dx.doi.org/10.1155/2014/301901 .	Abstract and Applied Analysis ISSN: 1085-3375 (Print) ISSN: 1687-0409 (Online)	publicat (online)	1,274
9	M. Barboteu, A. Matei and M. Sofonea, On the behavior of the solution of a viscoplastic contact problem. DOI: http://dx.doi.org/10.1090/S0033-569X-2014-01345-4 .	Quarterly of Applied Mathematics (QAM) Online ISSN 1552-4485; Print ISSN 0033-569X.	publicat electronic pe 25 septembrie 2014	0,536
10	A. Matei , A variational approach via bipotentials for a class of frictional contact problems. <i>DOI: 10.1007/s10440-014-9868-1</i>	Acta Applicandae Mathematicae (ACTA APPL MATH) ISSN: 0167-8019 (Print) 1572-9036 (Online)	publicat (online pe 7 februarie 2014)	0,702
11	A. Matei , An existence result for a mixed variational problem arising from Contact Mechanics vol. 20, December 2014, 74-81.	Nonlinear Analysis: Real World Applications (NARWA) ISSN: 1468-1218	publicat	2,338
12	A. Matei , Weak solvability via Lagrange multipliers for contact problems involving multi-contact zones. DOI: 10.1177/1081286514541577 .	Mathematics and Mechanics of Solids (MMS) Print ISSN: 1081-2865 Online ISSN: 1741-3028	publicat (online pe 7 iulie 2014)	0,860
13	A. Matei , Two abstract mixed variational problems and applications in Contact Mechanics http://dx.doi.org/10.1016/j.nonrwa.2014.09.014	Nonlinear Analysis: Real World Applications (NARWA) ISSN: 1468-1218	acceptat in Septembrie 2014, publicat online pe 13 octombrie 2014	2,338

TABEL 2.

N r.	Indicator	Rezultate	
1.	Articole in reviste ISI	publicate	12
		acceptate	1
2.	Articole publicate in reviste BDI	3	
3.	Monografie de cercetare publicata (Cambridge University Press 2012)	1	
4.	Articol publicat in volumul unei conferinte internationale	1	
5.	Articole trimise spre publicare	2	
6.	Participare la conferinte internationale	8	
7.	Vizite de documentare si cercetare	6	
8.	Colaborator invitat/Prelegere invitata	1	

Director proiect,
Lect.univ.dr.Andaluzia Cristina Matei