

**UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA**  
**Facultatea de matematică-informatică**  
**Departamentul de matematică**  
**Domeniul fundamental : INFORMATICA**  
**Specializarea: INFORMATICA**  
**Forma de învățământ: cursuri de zi**  
**Durata studiilor : 3 ani**

Aprobat din anul univ.  
2008-2009

**FISA DISCIPLINEI**  
*Fundamentele algebrice ale informaticii*

Titular curs: Seria A: Prof.univ.dr. Dumitru Bușneag  
Seria B: Conf.univ.dr. Dana Piciu

**Cod** : I 1102  
**Ciclul I** : LICENTA  
Anul I, Semestrul I, Curs 28 ore, Seminar 28 ore  
**Nr. credite** : 5  
**Domeniul** : Informatică  
**Tip de disciplină** : obligatorie  
**Categoria formativă** : disciplină fundamentală

**Obiective** : Prezentarea noțiunilor de bază ale structurilor algebrice fundamentale : mulțimi ordonate, latici, algebre Boole, grup, inel, corp, spații vectoriale.

**Discipline anterioare cerute**: Este suficientă cunoașterea programei specifice învățământului matematic preuniversitar.

**Forma de evaluare**: Examen (E) :o probă scrisă și opțional examen oral.

**Conținut:**

**A. Multimi ordonate (5 cursuri = 10 ore)**

1. Mulțimi. Operații cu mulțimi. Inelul Boole  $(P(M), \Delta, \cap)$ . Relații binare pe o mulțime. Proprietăți generale. Relații de echivalență. Factorizarea unei mulțimi printr-o relație de echivalență. Suma și produsul direct ale unei familii de mulțimi. Proprietăți generale.

2. Relații de (pre)ordine pe o mulțime. Relații de ordine totală. Elemente remarcabile într-o mulțime ordonată (element prim, ultim, minimal, maximal, atom, etc). Mulțimi inductive. Lema lui Zorn.

3. Semilatici. Latici . Filtre. Ideale. Morfisme de (semi)latici. Latici modulare. Latici distributive.

4. Complementul unui element într-o latice distributivă cu 0 și 1. Algebre Boole. Legătura algebrelor Boole cu inelele Boole. Morfisme de algebre Boole.

5. Factorizarea unei algebre Boole printr-un filtru. Ultrafiltre într-o algebră Boole.

## B. Grupuri (3 cursuri = 6 ore)

6. Operații algebrice. Semigrupuri. Monoizi. Morfisme de monoizi. Monoizii  $(\mathbf{N}, +)$ ,  $(\mathbf{N}, \cdot)$ . Grup. Subgrup. Calcule într-un grup. Subgrup generat de o mulțime. Grup ciclic. Ordinul unui element într-un grup. Latticea subgrupurilor unui grup. Indicele unui subgrup într-un grup. Teorema lui Lagrange.

7. Subgrupuri normale. Grup factor. Morfisme de grupuri. Izomorfisme de grupuri. Grupul  $(\mathbf{Z}, +)$ . Subgrupurile lui  $(\mathbf{Z}, +)$ . Monoidul  $(\mathbf{Z}, \cdot)$ . Imaginea și contraimagea subgrupurilor (normale) prin morfisme de grupuri. Nucleul unui morfism de grupuri. Teoremele de izomorfism pentru grupuri. Produse directe de grupuri. Teorema chinezească a resturilor.

8. Grupuri de permutări. Teorema lui Cayley. Transpoziții. Ciclii. Descompunerea unei permutări în produse de ciclii disjuncți.

## C. Inele și corpuri (3 cursuri = 6 ore)

9. Inel. Subinel. Inelul unitary comutativ. Calcule într-un inel. Inelul  $(\mathbf{Z}_n, +, \cdot)$ . Elemente speciale într-un inel : divizori ai lui 0, elemente inversabile, elemente nilpotente. Domeniu de integritate. Domeniul de integritate  $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ . Ideal. Ideal generat de o mulțime. Ideal principal. Factorizarea unui inel printr-un ideal bilateral. Imaginea și contraimagea subinelelor și idealelor prin morfisme de inele. Teoremele de izomorfism pentru inele.

10. Corp. Subcorp. Calcule într-un corp. Morfisme de corpuri. Caracteristica unui corp. Corpul  $\mathbf{Q}$  al numerelor raționale. Corpurile  $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ ,  $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ,  $(\mathbf{H}, +, \cdot)$  (quaternionilor).

11. Inele de polinoame. Inele de polinoame într-o nedeterminată cu coeficienți într-un inel comutativ și unitar. Construcție. Proprietate de universalitate. Inele de polinoame în mai multe nedeterminate. Construcție. Proprietate de universalitate. Polinoame simetrice. Teorema fundamentală a algebrei.

## D. Spații vectoriale (3 cursuri = 6 ore)

12. Determinanți și sisteme de ecuații liniare. Matrice. Definiția unui determinant de ordin  $n$ . Dezvoltarea unui determinant după elementele unei linii. Regula lui Laplace. Aplicații. Matrice inversabile. Inversa unei matrice. Sisteme de ecuații liniare cu coeficienți într-un corp comutativ. Sisteme omogene.

13. Spații vectoriale. Subspații vectoriale. Calcule într-un spațiu vectorial. Operații cu subspații vectoriale. Subspațiu generat de o mulțime. Latticea subspațiilor unui spațiu vectorial. Sistem de generatori. Elemente liniar independente (dependente). Orice spațiu vectorial nenul are bază. Oricare două baze finite au același număr de elemente. Orice sistem liniar independent se poate completa până la o bază. Rangul unui sistem de vectori. Formula lui Grasmann. Matricea de trecere de la o bază la alta. Formula de schimbare a coordonatelor unui element la schimbarea bazei. Lema substituției. Aplicații. Factorizarea unui spațiu vectorial printr-un subspațiu.

14. Aplicații liniare. Teoremele de izomorfism pentru spații vectoriale. Matricea atașată unei aplicații liniare. Vectori și valori proprii ai unui operator liniar. Teorema Cayley-Hamilton.

## Bibliografie :

1. D. Bușneag : *Teoria grupurilor*, Ed. Universitaria, Craiova, 1994.
2. D. Bușneag, D. Piciu: *Lecții de algebră*, Ed. Universitaria, Craiova, 2002.
3. D. Bușneag, Fl. Chirteș, D. Piciu: *Probleme de algebră*, Ed. Universitaria, Craiova, 2002.
4. D. Bușneag, Fl. Chirteș, D. Piciu: *Probleme de algebră liniară*, Ed. Universitaria, Craiova,

2002.

5. D. Buşneag, Fl. Chirteş, D. Piciu: *Probleme de logică și teoria mulțimilor*, Ed. Universitaria, Craiova, 2003.
6. I. D. Ion, N. Radu : *Algebră*, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1982.
7. C. Năstăsescu, C. Niță, C. Vraciu : *Bazele algebrei*, Ed. Academiei, București, 1988.