



Analiza deciziilor

Marina Gorunescu
mgorun@inf.ucv.ro





Analiza deciziilor este utilizată de factorul de decizie când acesta este pus în fața mai multor alternative decizionale și a unor incertitudini referitoare la viitoarele evenimente.





De exemplu în introducerea în fabricație a unor noi modele de tricotaje, o problemă de analiza deciziilor este determinarea cantității optime ce urmează a fi produsă, cantitate ce ar depinde de cererea pieții, cerere ce nu va fi cunoscută până la lansarea modelelor în magazine.

Problemele de analiză a deciziilor ce le vom studia vor avea un număr mic de alternative și respectiv un număr mic de posibile evenimente viitoare.



Tabel payoff



Un instrument de bază este tabelul de plăți, de „payoff”, care rezumă argumentele pro și contra unei decizii într-o formă de tabel.

Sunt combinații de acțiuni alternative (sub controlul factorului de decizie) ale căror rezultate pot fi de exemplu profitul sau costul, cu condițiile externe (independente de factorul de decizie).



exemplu

Firma PS (Political Systems) se ocupă de realizarea sondajelor de opinie și de analizarea rezultatelor acestora pentru mediul politic. Deschizând o nouă filială urmează să achiziționeze o rețea de calculatoare. Are de ales în funcție de mărimea și capacitatea acesteia, între următoarele trei variante:

- d_1 o rețea mare
- d_2 o rețea medie
- d_3 o rețea mică



states of nature



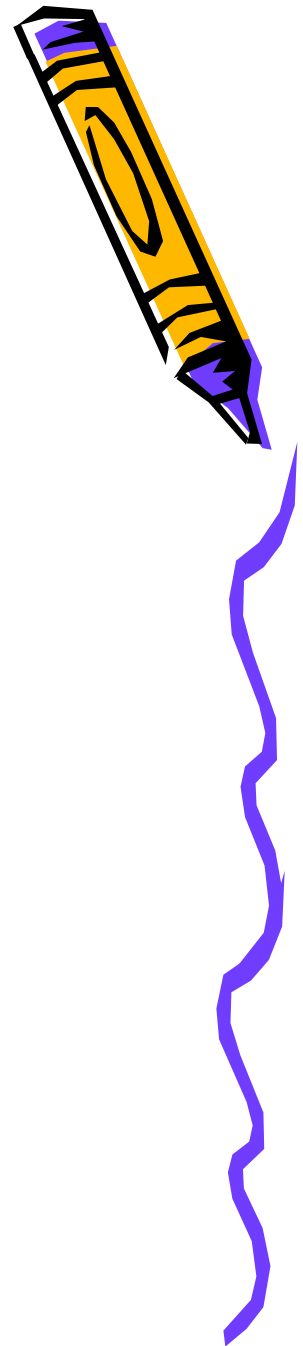
Alegerea mărimii rețelei depinde de previziunile managerilor asupra reacției de acceptare de către piață a serviciilor oferite de firma PS. Chiar dacă posibilele evenimente viitoare pot fi prevăzute, incertitudinea este mare în cazul în care discutăm de apariția unui anumit eveniment.

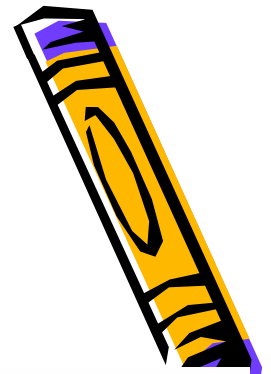
Aceste evenimente care sunt incerte și independente de cele ce ia deciziile le numim evenimente naturale (traducere aproximativă pentru states of nature).



In cazul nostru avem două posibilități:

- s_1 acceptare masivă a serviciilor PS de către clienți
- s_2 acceptare slabă a serviciilor PS de către clienți



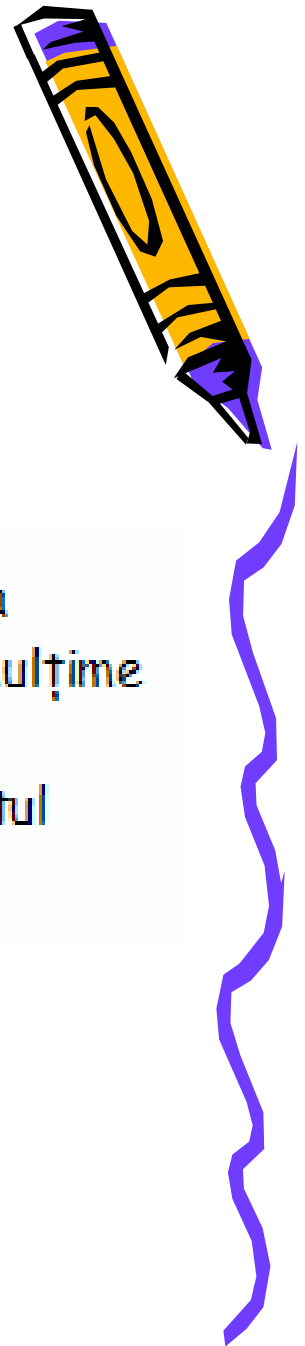


Pentru a decide care este mărimea rețelei ce urmează a fi achiziționată avem nevoie de valorile profitului pentru fiecare combinație dintre variantele de decizie și evenimentele naturale.

Tabelul de payoff prezentat în continuare ne dă aceste informații

alternative decizionale	s_1 (acceptare masivă)	s_2 (acceptare slabă)
d_1	200000	-20000
d_2	150000	20000
d_3	100000	60000





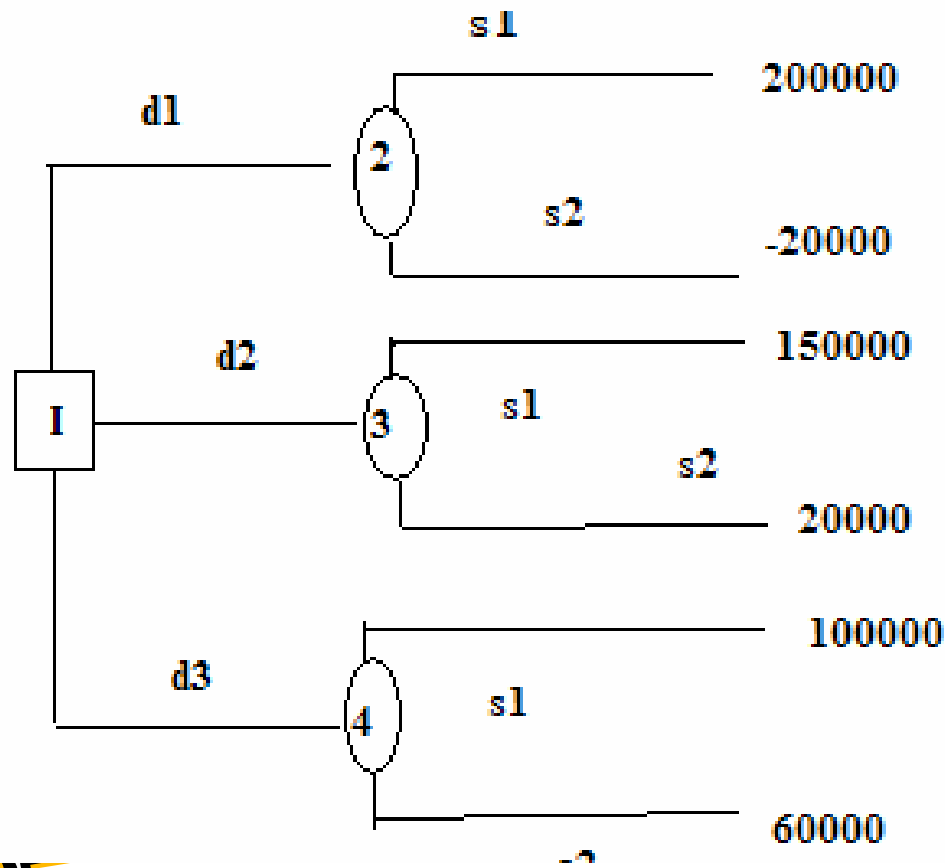
Specialiștii în „problem solving” consideră ca primul pas în rezolvarea unei probleme complicate constă în descompunerea acesteia într-o mulțime de subprobleme mai simple.

Arborii de decizie asociați tabelor de payoff constituie instrumentul care ne ajută la descompunerea problemei în subprobleme.





Asociem tabelului de payoff de mai sus, următorul arbore de decizie:





Vom folosi terminologia uzuală pentru arbori de decizie: nodul 1 este un nod de decizie, deoarece arcele (ramurile) ce pleacă din el sunt arce de decizie în timp ce nodurile 2,3,4 sunt noduri „state of nature”, denumire legată de natura ramurilor ce pleacă din ele.





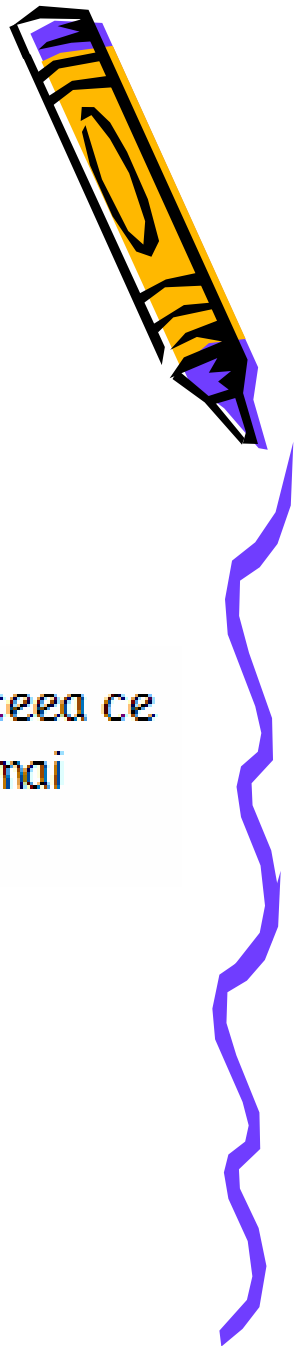
Menționăm că o decizie bună nu este neapărat una favorabilă, de cele mai multe ori fiind una indezirabilă.

Pentru început vom prezenta succint metode de luare a deciziilor ce nu folosesc probabilități.

Este cazul în care cel ce ia deciziile nu poate aprecia probabilitatea producerii unui anumit eveniment din categoria „states of nature”, caz în care va lua în considerare cea mai proastă ori cea mai bună situație



Diferitele abordări în luarea deciziilor duc la rezultate diferite, ceea ce impune o bună cunoaștere a abordărilor posibile și alegerea celei mai convenabile.





- **Abordarea optimistă** analizează fiecare alternativă decizională în funcție de cel mai bun „payoff” ce poate apare.

Intr-o problemă în care se dorește obținerea profitului maxim, cum este exemplul prezentat, se alege alternativa ce maximizează profitul.

Acest tip de problemă se numește **max/max**.

Pentru problemele de minimizare, cum ar fi minimizarea prețului de producție, așa numitele probleme **min/min**, se alege alternativa ce minimizează „payoff-ul”.





In exemplul nostru vom stabili profitul maxim pentru fiecare alternativă decizională și apoi vom alege valoarea maximă a celor trei variante de profit. Așadar alegem - d_1 o rețea mare de calculatoare, care ar duce la un profit de 200000lei.

alternative decizionale	s_1 (acceptare masivă)
d_1	200000 - cea mai mare valoare dintre valorile maximale ale profitului
d_2	150000
d_3	100000

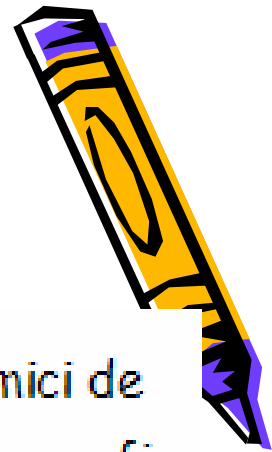




- **Abordarea conservatoare**, numită în cazul unei probleme de maximizare **abordarea max/min**, este abordarea ce ia în considerare alternativa decizională în funcție de cel mai prost payoff ce poate apărea.

Alternativa decizională aleasă va fi cea atașată celui mai bun dintre cele mai proaste payoff-uri. Pentru problemele de minimizare, probleme de **min/max**, se identifică alternativa ce va minimiza payoff-urile maximale

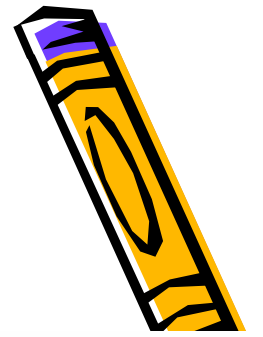




In exemplul nostru această abordare va lua decizia d_3 a unei rețele mici de calculatoare în acest caz, chiar dacă acceptarea pe piața de desfacere ar fi slabă, profitul ar fi totuși de 60000lei, adică firma nu ar avea cum să câștige mai puțin de atât.

alternative decizionale	s_2 (acceptare slabă)
d_1	-20000
d_2	20000
d_3	60000 - cea mai mare valoare dintre valorile minimale ale profitului





- **Abordarea cu pierdere minimax** este un alt tip de abordare în luarea unei decizii și vom prezenta modul ei de utilizare în exemplul considerat:

presupunem că am decis să alegem d_3 , o rețea mică de calculatoare, și apoi am realizat că serviciile firmei se bucură de o acceptare masivă s_1 , caz în care ne dăm seama că d_1 , adică o mare rețea de calculatoare ar fi dus la un profit de 200000lei. Diferența dintre profitul maxim 200000lei și profitul obținut 100000lei se numește posibilitatea de pierdere (**opportunity loss**). Dacă am fi ales varianta d_2 și ulterior am fi constatat evenimentul s_1 posibilitatea de pierdere ar fi fost d_2 200000lei-150000lei=50000..





Putem defini, în cazul unei probleme de maximizare, posibilitatea de pierdere $R(d_i, s_j)$ asociată deciziei d_i și evenimentului natural s_j ca fiind:

$$R(d_i, s_j) = V^*(s_j) - V(d_i, s_j)$$

unde $V^*(s_j)$ este cea mai mare valoare payoff în cazul evenimentului natural s_j

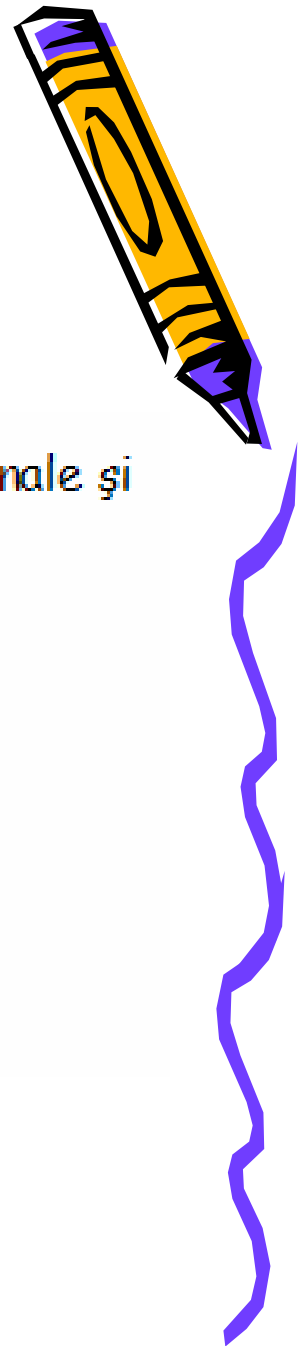




În cazul unei probleme de minimizare $V^*(s_j)$ ar fi cea mai mică valoare payoff în cazul evenimentului natural s_j și avem formula

$$R(d_i, s_j) = V(d_i, s_j) - V^*(s_j)$$





Următorul tabel prezintă pierderile asociate tuturor variantelor decizionale și respectiv evenimentelor naturale:

alternative decizionale	s_1	s_2
d_1	0	80000
d_2	50000	40000
d_3	100000	0





Vom determina pierderea maximă asociată fiecărei alternative de decizie:

alternative decizionale	valoarea maximă a pierderii
d_1	80000
d_2	50000 cea mai mică valoare maximă a pierderii
d_3	100000

Astfel, folosind această abordare firma va alege o rețea de mărime medie.





Se observă că aplicarea fiecărei metode a condus la alt rezultat, lucru normal fiind vorba de diferite puncte de vedere în abordare problemei. Factorul de decizie este cel ce alege abordarea ce i se pare convenabilă.

Acestor abordări li se impută lipsa informației asupra probabilității producerii evenimentelor naturale, dar nu trebuie uitat că ele prezintă scenarii referitoare la cel mai bun caz, respectiv la cel mai rău caz.





Ne vom ocupa de analiza deciziilor ce utilizează probabilități, în sensul că sunt estimate probabilitățile producerii evenimentelor naturale.





Notăm cu N numărul de evenimente naturale și $P(s_j)$ este probabilitatea producerii evenimentului s_j . Deoarece poate avea loc un singur eveniment natural s_j , probabilitățile acestor evenimente satisfac condițiile:

$$P(s_j) \geq 0, \forall j = 1, \dots, N \text{ și } \sum_{j=1}^N P(s_j) = 1$$

Valoarea scontată (expected value - EV) a alternativei decizionale d_i va fi:

$$EV(d_i) = \sum_{j=1}^N P(s_j) \cdot V(d_i, s_j)$$





Revenind la exemplul studiat, presupunem că probabilitatea ca serviciile firmei să fie masiv acceptate, adică s_1 este de 0.3, în timp ce $P(s_2)$ va fi 0.7.

Obținem următoarele valori scontate

$$EV(d_1) = 0.3 \cdot 200000 + 0.7 \cdot (-20000) = 46000$$

$$EV(d_2) = 0.3 \cdot 150000 + 0.7 \cdot 20000 = 59000$$

$$EV(d_3) = 0.3 \cdot 100000 + 0.7 \cdot 60000 = 72000$$

Alternativa d_3 va fi cea aleasă având cea mai mare valoare scontată.

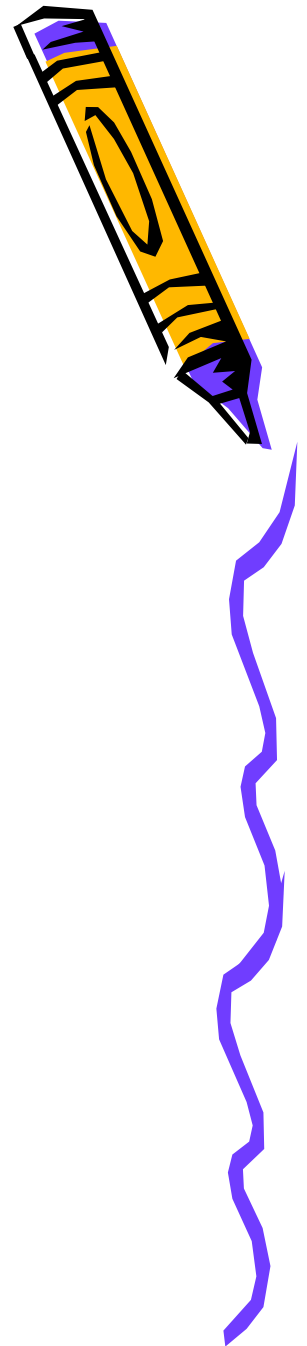




Analiza senzitivității studiază efectele produse în stabilirea deciziilor, prin modificarea probabilităților de apariție a evenimentelor naturale .

O posibilă abordare constă în considerarea de probabilități diferite și examinarea modificărilor apărute în valorile scontate și ulterior în alegerea deciziei optime.





De exemplu în cazul firmei PS dacă $P(s_1) = 0.6$ și $P(s_2) = 0.4$, atunci:

$$EV(d_1) = 0.6 \cdot 200000 + 0.4 \cdot (-20000) = 112000$$

$$EV(d_2) = 0.6 \cdot 150000 + 0.4 \cdot 20000 = 98000$$

$$EV(d_3) = 0.6 \cdot 100000 + 0.4 \cdot 60000 = 84000$$

caz în care alternativa decizională recomandată este d_3





Pentru diferite valori ale probabilităților de apariție a evenimentelor naturale vom obține variante decizionale diferite și singurul dezavantaj este volumul mare de calcule.

În cazul doar a două evenimente naturale studiul sensibilității se simplifică prin utilizarea metodei grafice.





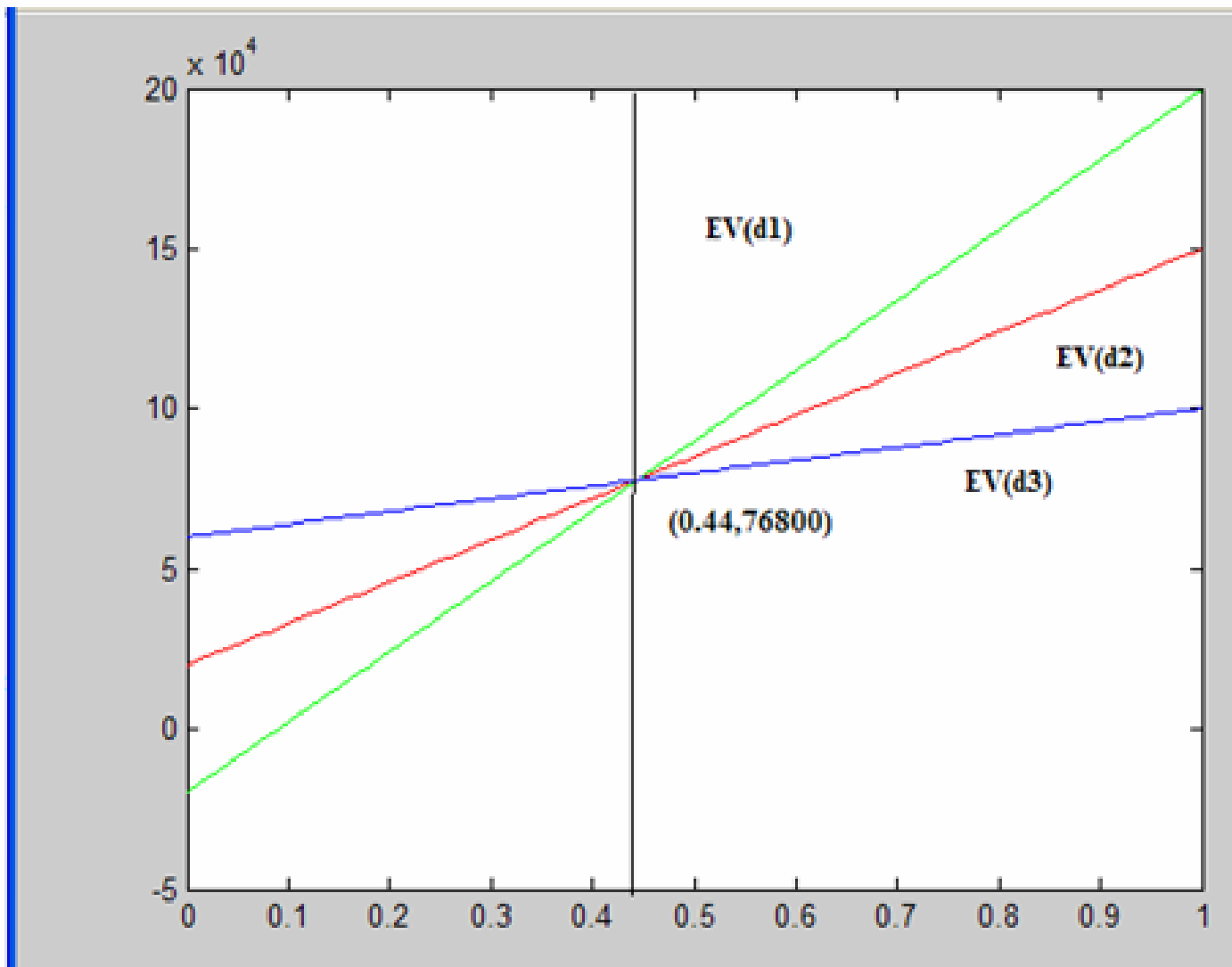
In exemplul cu firma PS, considerând $P(s_1) = p$ și $P(s_2) = 1 - p$ avem:

$$EV(d_1) = p \cdot 200000 + (1 - p) \cdot (-20000) = 220000p - 20000$$

$$EV(d_2) = p \cdot 150000 + (1 - p) \cdot 20000 = 130000p + 20000$$

$$EV(d_3) = p \cdot 100000 + (1 - p) \cdot 60000 = 40000p + 60000$$





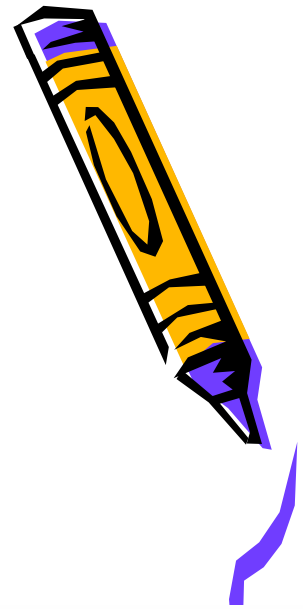
Se observă că dacă $P(s_1) < 0.44$ alternativa decizională d_3 va fi aleasă, în schimb dacă $P(s_1) > 0.44$ se va alege d_1 .



În acest caz particular cele trei drepte se intersectează în același punct (0.44,76800), dar în general dreptele atașate valorii scontate se intersectează două câte două și în funcție de apartenența probabilității p la un anumit interval, alegem decizia optimă.

Analiza sensibilității indică celui ce ia decizii unde este cazul să fie investiți timp și bani pentru obținerea unor estimări probabilistice mai bune.





Valoarea scontată pentru informația perfectă dă o limită superioară a cheltuielilor ce le poate face factorul de decizie pentru a obține un eșantion de informații.





Presupunem că în cazul firmei PS există posibilitatea de a face un studiu de piață care să evalueze nevoile consumatorilor, dând astfel posibilitatea cunoașterii probabilității de apariție a evenimentelor naturale (states of nature).

Se impune însă o analiză serioasă ca nu cumva cheltuielile făcute cu acest studiu să depășească profitul prognozat.





Pentru a determina valoarea maximă posibilă pe care ar trebui să o plătească firma PS, presupunem că în urma studiului de piață se va determina cu precizie probabilitatea apariția evenimentelor s_1 și s_2 .

Vom calcula **valoarea scontată a informației perfecte**:



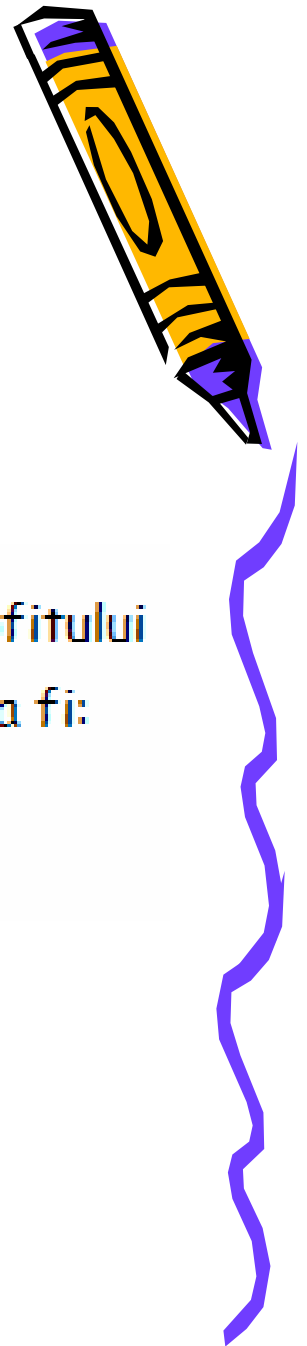


Reamintim că tabelul payoff al problemei este:

alternative decizionale	s_1 (acceptare masivă)	s_2 (acceptare slabă)
d_1	200000	-20000
d_2	150000	20000
d_3	100000	60000

- Dacă ar avea loc s_1 , alternativa decizională aleasă este d_1
- Dacă ar avea loc s_2 , alternativa decizională aleasă este d_3





Dacă știm sigur că $P(s_1) = 0.3$ și $P(s_2) = 0.7$, valoarea scontată a profitului obținut prin aplicarea strategiei ce folosește informația perfectă va fi:

$$0.3 \cdot 200000 + 0.7 \cdot 60000 = 102000$$



Valoarea scontată a informației perfecte (expected value of perfect information- EVPI) este diferența dintre valoarea scontată cu informația perfectă și valoarea scontată fără informația perfectă.





Am calculat anterior că valoarea scontată în cazul în care am alege varianta d_3 este 72000lei și astfel:

$$EVPI = 102000 - 72000 = 30000$$

Cu alte cuvinte 30000lei reprezintă maximum de profit care poate fi obținut dacă am folosi informația perfectă.

Un studiu de marketing nu poate oferi informația perfectă asupra evenimentelor naturale și factorul de decizie de la firma PS știe că oricât de bună ar fi informația nu poate plăti mai mult de decât valoarea informației scontate, în cazul nostru 30000lei.





In general în analiza deciziilor se cunosc probabilitățile preliminare, prior probabilities, pentru evenimentele cu grad de incertitudine ridicat, states of nature. Factorul de decizie are nevoie și de informații suplimentare asupra acestor evenimente, informații ce le primește pe parcurs.

Astfel este necesar să actualizeze informațiile preliminare pe baza unor noi eșantioane de informații, în scopul luării celei mai bune decizii. Această actualizare se face de exemplu prin studii de marketing, testarea serviciilor sau a produselor.

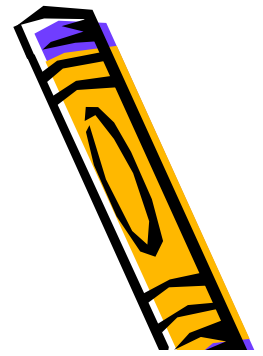




Revenind la exemplul nostru vom vedea cum aceste noi date influențează luarea deciziilor.

Considerăm că $P(s_1) = 0.3$ și $P(s_2) = 0.7$ sunt probabilitățile preliminare și reamintim că utilizându-le am obținut că se va alege alternativa d_3 ce va duce la un profit de 72000lei.





Firma PS angajează o firmă de marketing care să studieze gradul de acceptare a serviciilor oferite. Noile informații vor fi combinate cu probabilitățile a priori, utilizând procedura Bayes pentru a obține probabilitățile revizuite ale apariției evenimentelor naturale (states of nature), așa numitele probabilități posterioare.

probabilități inițiale (prior) → noi informații (din cercetare sau experimente) → probabilități posterioare

Noile informații provin de cele mai multe ori din eșantioane statistice, și astfel se explică și denumirea de eșantioane de informații.





$P(s_j | I_k)$ este probabilitatea condiționată de apariție a evenimentului s_j dacă rezultatul studiului de piață a fost I_k . Aceste probabilități ne sunt necesare în luarea deciziilor.

Studiul de marketing ne dă probabilitățile condiționate $P(I_k | s_j)$, probabilitățile indicatorilor, condiționate de evenimentele naturale.





În exemplul nostru avem:

	I_1 favorabil	I_2 nefavorabil
acceptare masivă s_1	$P(I_1 s_1) = 0.8$	$P(I_2 s_1) = 0.2$
acceptare slabă s_2	$P(I_1 s_2) = 0.1$	$P(I_2 s_2) = 0.9$

Această înseamnă că dacă are loc evenimentul s_1 , raportul cercetării de piață este favorabil 80%, în timp ce dacă are loc evenimentul s_2 raportul cercetării de piață este favorabil 90%

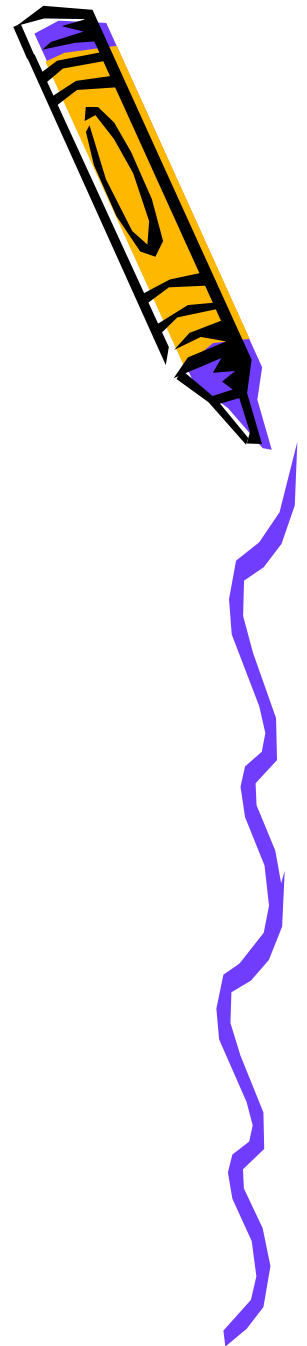




Dacă rezultatul studiului de piață a fost favorabil, I_1 și are loc evenimentul s_1 , probabilitatea comună celor două evenimente (joint probability) este $P(I_1 \cap s_1)$ în timp ce $P(I_1 \cap s_2)$ este probabilitatea ca rezultatul studiului să fie favorabil și serviciile firmei să aibă o slabă acceptare. Astfel avem:

$$P(I_1) = P(I_1 \cap s_1) + P(I_1 \cap s_2)$$





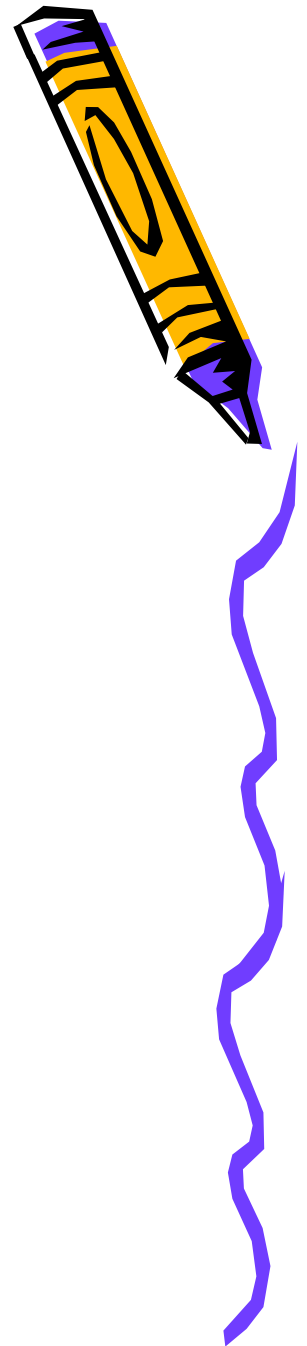
Tinând seama că

$$P(I_1 \cap s_1) = P(I_1 | s_1) \cdot P(s_1) \text{ și } P(I_1 \cap s_2) = P(I_1 | s_2) \cdot P(s_2)$$

vom avea:

$$P(I_1) = P(I_1 | s_1) \cdot P(s_1) + P(I_1 | s_2) \cdot P(s_2)$$





In problema noastră avem:

$$P(I_1) = 0.8 \cdot 0.3 + 0.1 \cdot 0.7 = 0.31 \text{ și } P(I_2) = 0.2 \cdot 0.3 + 0.9 \cdot 0.7 = 0.69$$

adică vom avea un rezultat favorabil al studiului de marketing cu probabilitate de 31% .



Pentru calculul probabilității $P(s_j | I_k)$ vom folosi formula Bayes:

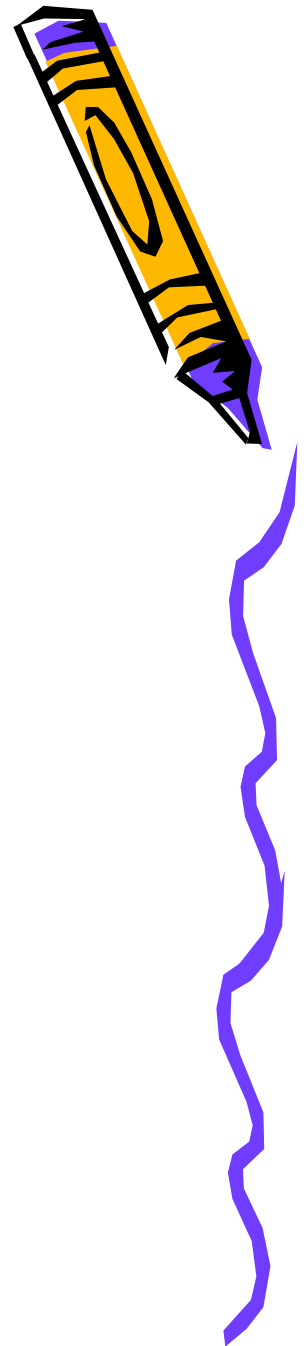
$$P(s_j | I_k) = \frac{P(I_k \cap s_j)}{P(I_k)} = \frac{P(I_k | s_j) \cdot P(s_j)}{P(I_k)}$$

și astfel:

$$P(s_1 | I_1) = \frac{0.8 \cdot 0.3}{0.31} = 0.7747 \quad \text{și} \quad P(s_2 | I_1) = \frac{0.1 \cdot 0.7}{0.31} = 0.2258$$

Analog obținem: $P(s_1 | I_2) = 0.0870$ și $P(s_2 | I_2) = 0.9120$





s_i	$P(s_i)$	$P(I_1 s_i)$	$P(I_1 \cap s_i)$	$P(s_i I_1)$
s_1	0.3	0.8	0.24	0.7742
s_2	0.7	0.1	0.07	0.2258

Analog se procedează pentru cazul nefavorabil.





Pentru a alege o strategie optimă de decizie vom calcula valorile scontate în următoarele situații:

1. În cazul unui rezultat favorabil dat de firma de marketing, dacă alegem varianta d_1 vom avea $EV(1) = 0.7742 \cdot 200000 + 0.2258 \cdot (-20000) = 150.324$
2. În cazul unui rezultat favorabil dat de firma de marketing, dacă alegem varianta d_2 vom avea $EV(2) = 0.7742 \cdot 50000 + 0.2258 \cdot 20000 = 120.646$
3. În cazul unui rezultat favorabil dat de firma de marketing, dacă alegem varianta d_3 vom avea $EV(3) = 0.7742 \cdot 100000 + 0.2258 \cdot 60000 = 90968$





4. În cazul unui rezultat nefavorabil dat de firma de marketing, dacă alegem varianta d_1 vom avea $EV(4) = 0.0870 \cdot 200000 + 0.9130 \cdot (-20000) = -860$
5. În cazul unui rezultat nefavorabil dat de firma de marketing, dacă alegem varianta d_2 vom avea $EV(5) = 0.0870 \cdot 150000 + 0.9130 \cdot 20000 = 31310$
6. În cazul unui rezultat nefavorabil dat de firma de marketing, dacă alegem varianta d_3 vom avea $EV(6) = 0.0870 \cdot 100000 + 0.9130 \cdot 60000 = 63480$





Studiind rezultatele putem spune că în cazul unui rezultat favorabil dat de firma de marketing merită aleasă varianta d_1 și astfel valoarea scontată pentru I_1 ar fi $EV(I_1) = 150.324$

În cazul I_2 vom alege varianta d_3 , caz în care $EV(I_2) = 63.480$

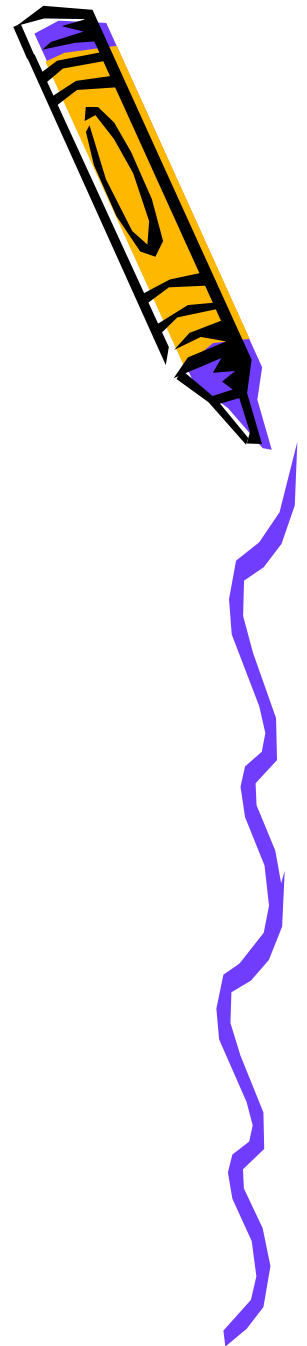




Vom calcula valoarea scontată a profitului în cazul în care firma PS apelează la un studiu de marketing, ținând seama că $P(I_1) = 0.31$ și $P(I_2) = 0.69$

$$\begin{aligned} EV(P) &= P(I_1) \cdot EV(I_1) + P(I_2) \cdot EV(I_2) = \\ &= 0.31 \cdot 150324 + 0.69 \cdot 63480 = 90402 \end{aligned}$$





Aşadar:

- Dacă raportul este favorabil I_1 atunci alegem d_1
- Dacă raportul este nefavorabil I_2 atunci alegem d_3



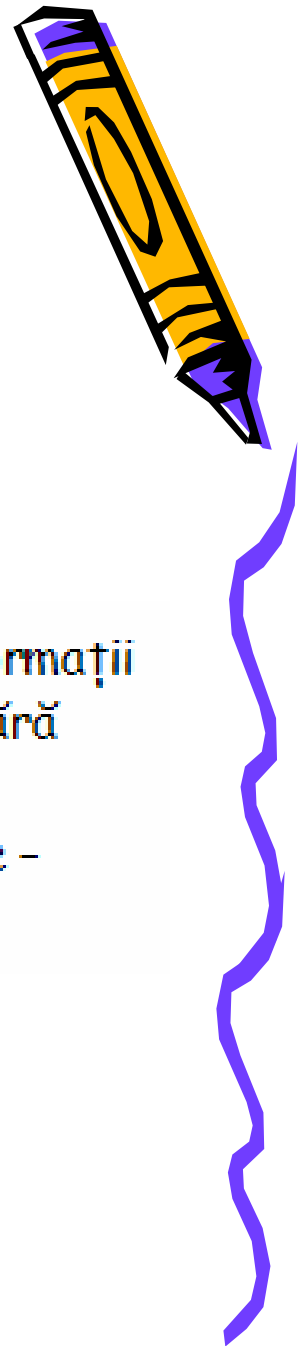


Firma va cheltui o sumă de bani pentru studiul de piață și problema care se pune în continuare este cât de mare poate fi această sumă.

Valoarea scontată a informațiilor suplimentare, *EVSI*, se calculează în general după formula:

EVSI = valoarea scontată a deciziei optime cu informații suplimentare -
- valoarea scontată a deciziei optime fără informații suplimentare

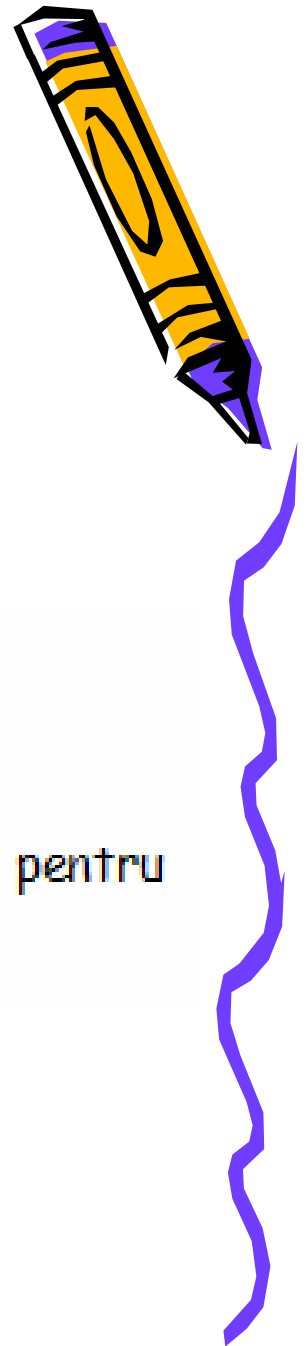




În problemele de minimizare valoarea scontată a deciziei optime cu informații suplimentare este mai mică decât valoarea scontată a deciziei optime fără informații suplimentare și astfel

$EVSI$ = valoarea scontată a deciziei optime fără informații suplimentare -
- valoarea scontată a deciziei optime cu informații suplimentare

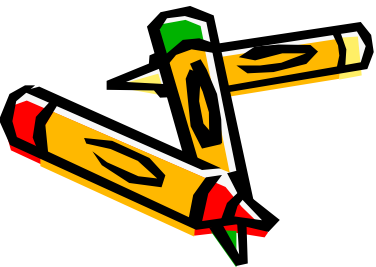


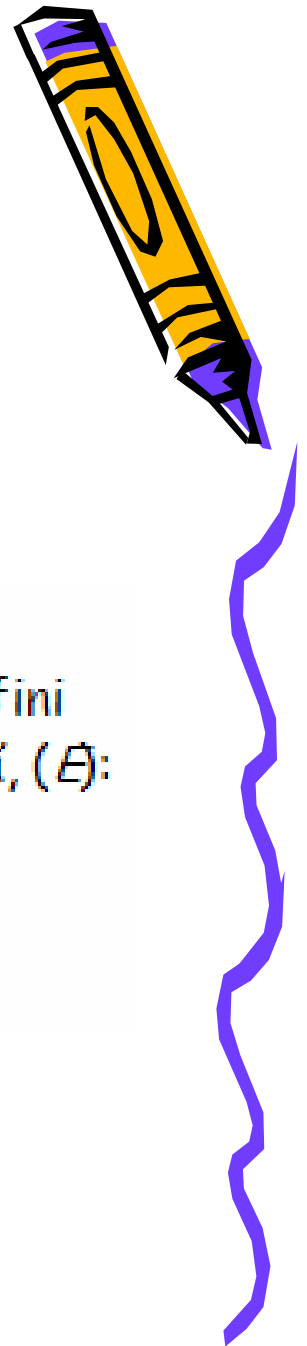


În cazul firmei PS vom avea:

$$EVS_I = 90402 - 72000 = 18402$$

deci nu este cazul ca firma să plătească mai mult de 18402lei pentru studiul de piață.

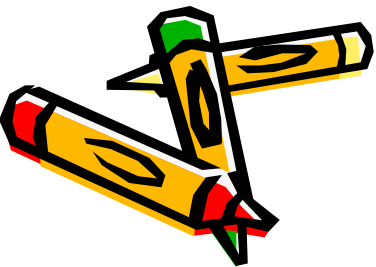


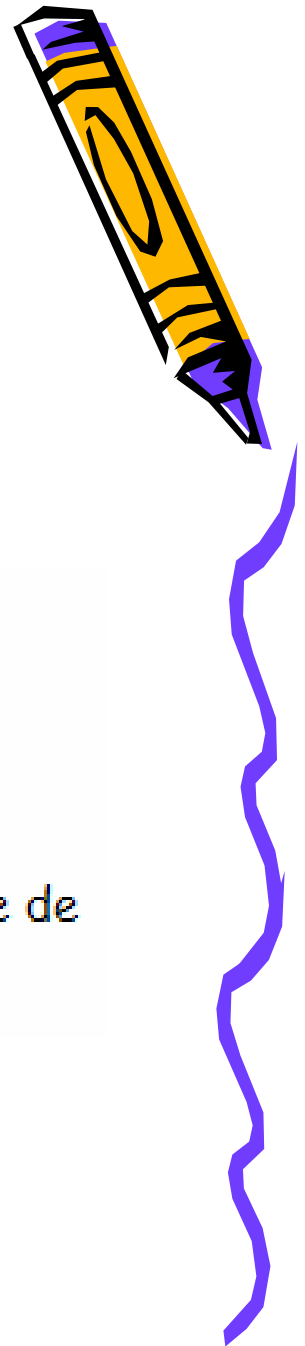


Anterior am calculat valoarea scontată a informației perfecte.

Un studiu de piață nu poate da o informație perfectă, dar putem defini o măsură a a eficienței informației obținute în urma studiului de piață, (E):

$$E = \frac{EVSI}{EVPI} \cdot 100$$





În cazul problemei noastre $E = \frac{18.402}{30} \cdot 100 = 61.3\%$, ceea ce înseamnă că

informația obținută prin studiul de piață reprezintă 61.3% din eficiența informației perfecte.

Dacă acest procent ar fi fost mic, factorul de decizie ar căuta alte surse de informație.

