

Raport de Cercetare

Grant: CNCSIS 80/2005

Autor: Constantin P. Niculescu
Universitatea din Craiova

1. Date privind tema finalizată

1.1 Colectivul care a efectuat lucrările de cercetare:

Prof. dr. Constantin P. Niculescu, director de proiect
Prof. dr. Sorin Daniel Micu
Prof. dr. Mihnea Marin
Conf. dr. Carmen Rocşoreanu
Lector dr. Mihaela Sterpu
As. dr. Andaluzia Matei
Drd. Liviu Ioan Ignat
Drd. Mihaela Racilă
Student master Ionel Roventa
Student master Stefan Brozban

1.2 Cheltuieli efectuate

1. CHELTUIELI DE PERSONAL (exclusiv deplasări, numai salarii, CAS, contribuții șomaj)	7.000 lei
2. REGIE	3.690 lei
3. DEPLASARI	13.600 lei
4. MATERIALE, OBIECTE DE INVENTAR SI INTRETINERE	7.410 lei
5. CHELTUIELI DE PUBLICARE - EDITARE	5.200 lei
TOTAL DEVIZ POSTCALCULAT:	36.900 lei

1.3 Obiectivele Proiectului. Acest proiect privește domeniul prioritar 7, *Integrarea României în structurile Euro-Atlantice* și răspunde ariei tematice 21, *Educația și învățământul românesc, tradiții și integrare în spațiul european a învățământului superior și a cercetării*. El pleacă de la premiza că integrarea în aceste domenii nu este posibilă decât prin excelență, iar viitorul este al cercetării interdisciplinare. Echipa noastră cuprinde specialiști în domeniile analizei neliniare, sistemelor dinamice, mecanicii și ingineriei, precum și doctoranzi și masteranzi în dubla coordonare. Obiectivele prioritare:

- 1) desfășurarea unor cercetări științifice cu aplicații în domeniul matematicii, științelor ingineresti, biologiei și științelor economice;
- 2) creșterea rolului factorului educațional în integrarea euro-atlantică a României; elaborarea unui curriculum pentru un master în domeniul analizei neliniare și problemelor de evoluție, care să poată fi urmat de studenți proveniți din arii largi (matematică, informatică, fizică, chimie, biologie, științele ingineresti, științele economice), în condițiile desfășurării unei pregătiri la nivel European, conform noilor tendințe pe piața muncii;
- 3) dezvoltarea resursei umane înalt calificate; asigurarea liberei circulații a persoanelor înalt calificate și a serviciilor pe care acestea le pot oferi;
- 4) difuzarea experienței românești în literatura internațională.

2. Evidențierea aspectelor de creație

Lucrările elaborate în cadrul acestui proiect acoperă o largă diversitate de subiecte, multe dintre ele având un caracter interdisciplinar. Ele privesc:

- Aplicații ale inegalităților variaționale la teoria ecuațiilor cu derivate parțiale;
- Aplicații în teoria controlului și analiza numerică;

- Studiul unor probleme din matematica mediilor de contact;
- Generalizarea teoremei Denjoy-Bourbaki.
- Generalizarea inegalității lui Ky Fan (din matematica economica);
- Modelarea matematică a unor probleme din biomecanică, privind modelarea osoasă;
- Studiul dinamicii și bifurcațiilor unor sisteme dinamice care modelează fenomene economice.

2.1 Articole și comunicări

Rezultatele originale ale activității de cercetare desfășurate în cadrul grantului se prezintă sub forma unei suite de lucrări științifice aflate în diferite faze de publicare în reviste științifice sau în volume de comunicări ale unor conferințe prestigioase. Lista lor este următoarea:

Articole

1. **Liviu Ignat** și Enrique Zuazua, *A two-grid approximation scheme for nonlinear Schrödinger equations: dispersive properties and convergence*, C.R. Acad. Sci. Paris Ser. I, **376** (2005), 381-386.
2. Carlos Castro și **Sorin Micu**, *Boundary controllability of a linear semi-discrete 1-D wave equation derived from a mixed finite element method*, Numerische Mathematik, **102** (2006), 413-462.
3. Carlos Castro, **Sorin Micu** și Arnaud Munch, *Numerical approximation of the boundary control of the 2-D wave equation with mixed finite element*, trimis spre publicare la IMA Journal of Numerical Analysis.
4. Mircea Sofonea, **Constantin P. Niculescu** și **Andaluzia Matei**, *An antiplane contact problem for viscoelastic materials with long-term memory*, Mathematical Modelling and Analysis, **11**, Number 2, 213-228, 2006.
5. **Carmen Rocsoreanu** și **Mihaela Sterpu**, *Bifurcation in coupled Hopf oscillators*. In: AIP Conference Proceedings Volume 835, pp. 133-142, American Institute of Physics, Melville, New York, 2006. ISBN 0-7354-0328-7
6. **Mihaela Sterpu** și **Carmen Rocsoreanu**, *Hopf bifurcation in a system of two coupled advertising oscillators*, Nonlinear Analysis: Real World Applications, Elsevier, **6** (2005), no. 1, p. 1-12.
7. **Rocsoreanu C. and Sterpu M.** *First Liapunov coefficient for coupled identical oscillators. Application to coupled demand-supply model*, Mathematical Methods in the Applied Sciences **29** (2006), pp. 2037-2046.
8. **Carmen Rocsoreanu**, *Hopf Bifurcation for non-symmetric coupled advertising oscillators*, trimis spre publicare.
9. **Carmen Rocsoreanu** și **Mihaela Sterpu**, *Hopf bifurcation in a system of two coupled demand-supply models*, trimis spre publicare.
10. Dorin Dutkay, **Constantin P. Niculescu** and Florin Popovici, *An Extension of Two Basic Results in Real Analysis*. In: AIP Conference Proceedings Volume 835, pp. 48-57, American Institute of Physics, Melville, New York, 2006. ISBN 0-7354-0328-7.
11. **Constantin P. Niculescu and Ionel Roventă**, *Fan's inequality in the context of M_p -convexity*. In vol. *Applied Analysis and Differential Equations*. Proc. ICAADE 2006, pp. 267-274, World Scientific, Singapore, 2007 (Editors, Ovidiu Carja and Ioan I. Vrabie). ISBN 978-981-270-594-5, ISSN 981-270-594-5.
12. **Constantin P. Niculescu** and Florin Popovici, *A Refinement of Popoviciu's Inequality*, Bull. Soc. Sci. Math. Roum. **49** (97), 2006, No. 3, 241-146.
13. **Constantin P. Niculescu** and Florin Popovici, *The extension of majorization inequalities within the framework of relative convexity*, Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics (JIPAM), **7** (2006), Issue 1, Article No. 27, 6 pp.
14. J. M. Crolet, **Mihaela Racilă**, R. Mahroui și A. Meunier, *A new numerical concept for modeling hydroxyapatite in human cortical bone*, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering **8** (2005), no. 2, 139-143.
15. **Mihaela Racilă** și J. M. Crolet, *Human Cortical Bone: A tool for numerical simulation of fluid motion in osteonal architecture*, Proc. International Conference on Computational Bioengineering (H. Rodrigues et al. eds.), pp. 711-718, Lisbon, Portugal, 2005.

16. **Racila M.**, Crolet J. M., *Nano and macro structure of cortical bone: numerical investigations*, Proceedings of 3th European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Lisbon, Portugal, June 2006.
17. **Racila M.**, Crolet J. M., *Nano and macro structure of cortical bone: numerical investigations*, *International Journal of Computers and Structures, Special Issue on Structural and Multidisciplinary Optimization (to appear)*
18. **Racila M.**, Crolet J. M., *Human cortical bone: the SINUPROS model. Part I - Description and macroscopic results*. To appear in *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*
19. Crolet J. M., **Racila M.**, *Human cortical bone: the SINUPROS model Part II - Importance of the fluid at micro and nano scales*. To appear in *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*.
20. **Racila M.**, Crolet J. M., "*Human cortical bone: computer method for physical behavior at nano scale. Constant pressure assumption*", *Technology and Health Care – Journal of the European Society for Engineering and Medicine*, IOS Press, ISSN 0928-7329, Vol. 14, No. 4-5, pp. 379-392, 2006.
21. **Mihaela Racilă și Mihnea Marin**, *Homogenisation of two-phase piezoelectric composites materials: A numerical tool of investigation*, Preprint 2005.

2.2 Descrierea sintetică a rezultatelor

Vom expune succint conținutul științific al articolelor menționate mai sus:

Liviu I. Ignat și Enrique Zuazua, *A two grid approximation scheme for nonlinear Schrödinger equations: dispersive properties and convergence*, C.R. Acad. Sci. Paris Ser. I, **376** (2005), 381-386.

Se consideră o schemă bi-grid semi-discretă în diferențe finite pentru aproximarea numerică a ecuației Schrödinger. Se demonstrează convergența în L^2 a schemei și proprietățile dispersive uniforme în raport cu pasul de discretizare. Analiza Fourier realizată arată că algoritmul bi-grid folosit acționează ca un filtru pentru frecvențele înalte.

Carlos Castro și **Sorin Micu**, *Boundary controllability of a linear semi-discrete 1-D wave equation derived from a mixed finite element method*, *Numerische Mathematik*, **102** (2006), 413-462.

Se pornește de la ecuația undelor liniară, în dimensiune unu și se consideră o discretizare spațială folosind elemente finite mixte. Se obține un sistem de ecuații ordinare de forma

$$(U_{j+1}(t) + 2U_j(t) + U_{j-1}(t))/4 + (U_{j+1}(t) - 2U_j(t) + U_{j-1}(t))/h^2 = 0, \quad 0 < j < 1/h$$

a cărei dimensiune crește la infinit când pasul de discretizare tinde la zero. Se demonstrează că există un șir de controale uniforme mărginite în h , a căror limită este un control al ecuației continue a undelor. Această proprietate nu este valabilă în cazul discretizărilor cu elemente finite clasice sau cu diferențe finite (vezi, de exemplu, Glowinski R. și Lions J.-L., *Exact and approximate controllability for distributed parameter systems*, *Acta Numerica* 1996, pp. 159-333, sau Infante J. A. și Zuazua E., *Boundary observability for the space semi-discretization of the 1-D wave equation*, *M2AN*, 33, 2 (1999), 407-438).

Carlos Castro, **Sorin Micu** și Arnaud Munch, *Numerical approximation of the boundary control of the 2-D wave equation with mixed finite element*, trimis spre publicare la *IMA Journal of Numerical Analysis*.

Articolul tratează aceeași problemă a aproximării controlului frontieră pentru ecuația undelor considerându-se însă un domeniu bidimensional. Ideile din articolul precedent sunt generalizate, folosindu-se o familie de elemente finite mixte (în care funcțiile din bază sunt diferite pentru poziție și viteză). Demonstrarea inegalității de observație este însă în mult mai laborioasă decât în cazul unidimensional iar convergența șirului de controale este numai una

slabă. Rezultatele numerice obținute și prezentate la finalul articolului se compară favorabil cu alte metode, precum cele multigrilă.

Mircea Sofonea, **Constantin P. Niculescu** and **Andaluzia Matei**, *An antiplane contact problem for viscoelastic materials with long-term memory*, *Mathematical Modelling and Analysis*, **11** (2006), Number 2, pp. 213-228.

Studiem o problemă mecanică care modelează deformarea unui cilindru în contact cu frecare cu o fundație rigidă. Materialul se presupune a fi viscoelastic și cu memorie lungă

$$\mu \Delta u + \int_0^t \theta(t-s) \Delta u(s) ds + f_0 = 0 \quad \text{in } \Omega \times (0, T)$$

procesul este cvasi-static iar frecarea se modelează printr-o lege Tresca.

$$\begin{cases} |\mu \partial_\nu u + \int_0^t \theta(t-s) \partial_\nu u(s) ds| \leq g, \\ |\mu \partial_\nu u + \int_0^t \theta(t-s) \partial_\nu u(s) ds| < g \Rightarrow \dot{u} = 0, \\ |\mu \partial_\nu u + \int_0^t \theta(t-s) \partial_\nu u(s) ds| = g \Rightarrow \exists \beta \geq 0 \text{ such that} \\ \mu \partial_\nu u + \int_0^t \theta(t-s) \partial_\nu u(s) ds = -\beta \dot{u} \end{cases} \quad \text{on } \Gamma_3 \times (0, T)$$

Problema mecanică conduce la problema variațională

$$\begin{aligned} a(u(t), v - \dot{u}(t)) + \left(\int_0^t \theta(t-s) u(s) ds, v - \dot{u}(t) \right)_X + j(v) - j(\dot{u}(t)) \\ \geq (f(t), v - \dot{u}(t))_X \quad \forall v \in X, \quad \text{a.e. } t \in (0, T), \\ u(0) = u_0. \end{aligned}$$

pe care o studiem într-un cadru abstract. Rezultatul obținut se folosește apoi pentru a demonstra existența unei unice soluții slabe a modelului mecanic. În plus, studiem comportamentul în raport cu termenul de memorie și stabilim un rezultat de convergență.

Carmen Rocșoreanu, *Hopf Bifurcation for non-symmetric coupled advertising oscillators*, lucrare în curs de publicare.

Se consideră un sistem dinamic 4D obținut prin cuplarea nesimetrică a doi oscilatori de publicitate identici pentru a modela interacțiunea dintre aceștia:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a(x_1 + bx_2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + x_1x_2^2) + c_1(x_1 - x_3) \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + x_1x_2^2 \\ \dot{x}_3 = -a(x_3 + bx_4 + 2x_3x_4 + x_4^2 + x_3x_4^2) + c_2(x_3 - x_1) \\ \dot{x}_4 = x_3 + x_4 + 2x_3x_4 + x_4^2 + x_3x_4^2 \end{cases}$$

unde x_1, x_3 sunt legați de numărul de potențiali cumpărători pentru două produse, x_2, x_4 sunt în legătură cu numărul de utilizatori ai celor două produse, în timp ce parametrii a, b depind de rata de contact cu publicitatea, rata de trecere la marca rivală și rata de migrare sau mortalitate a populației, iar c_1, c_2 sunt parametri de cuplare. Un studiu al bifurcației Hopf în jurul echilibrului simetric este realizat folosind teoria varietății centrale, în spațiul parametrilor determinându-se două varietăți pe care are loc bifurcația Hopf nedegenerată. În primul caz de bifurcație Hopf s-au determinat cicluri limită stabile cu patru regimuri, pentru care s-au evidențiat interpretări economice adecvate. În cazul al doilea ciclurile limită stabile evidențiate conduc la opt regimuri de comportament economic. Rezultatele din cazul cuplajului nesimetric sunt comparate cu cele obținute în cazul cuplajului simetric.

Carmen Rocșoreanu și Mihaela Sterpu, *Hopf bifurcation in a system of two coupled demand-supply models*, lucrare în curs de publicare.

Se consideră un sistem dinamic 4D obținut prin cuplarea simetrică a doi oscilatori de tip cerere-oferta:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + ax_1 + b \\ \dot{x}_2 = x_1 - cx_2^2 + d(x_2 - x_4) \\ \dot{x}_3 = -x_4 + ax_3 + b \\ \dot{x}_4 = x_3 - cx_4^2 + d(x_4 - x_2) \end{cases}$$

unde x_1, x_3 sunt prețurile oferite pentru două produse, x_2, x_4 sunt în legatura cu cantitățile cerute, în timp ce parametrii a, b, c depind de cantitatea cerută și de cantitatea oferită la un anumit preț, iar d este parametrul de cuplare. Bifurcația Hopf în jurul echilibrului simetric s-a obținut pentru două situații, punându-se în evidență, prin calculul coeficienților Liapunov, zonele din spațiul parametrilor în care aceasta este supercritică, subcritică sau degenerată. Se generalizează apoi rezultatele obținute în situația cuplării simetrice a două sisteme dinamice bidimensionale, prezentând condițiile de bifurcație Hopf.

Mihaela Sterpu și Carmen Rocșoreanu, *Bifurcation in coupled Hopf oscillators*. In: AIP Conference Proceedings Volume 835, pp. 133-142, American Institute of Physics, Melville, New York, 2006. ISBN 0-7354-0328-7

Lucrarea privește un sistem 4D obținut prin cuplarea a doi oscilatori Hopf în forma normală. În jurul originii s-au determinat bifurcațiile locale folosind instrumente ale teoriei formelor normale și a varietății centrale. S-au evidențiat următoarele tipuri de bifurcații: bifurcații Hopf de același tip cu cel al sistemului bidimensional de la care s-a pornit, bifurcații de tip șa-nod degenerate, bifurcații dublu-zero degenerate, precum și bifurcații dublu Hopf.

Rocsoreanu C., Sterpu M.: *First Liapunov coefficient for coupled identical oscillators. Application to coupled demand-supply model*. Mathematical Methods in the Applied Sciences 29 (2006), pp. 2037-2046.

Se dă o formula generală pentru calculul primului coeficient Liapunov corespunzător bifurcației Hopf într-un sistem 4-dimensional obținut prin cuplarea a doi oscilatori identici este dedusă în două cazuri. În formula se folosesc numai vectori bidimensionali. Pentru un sistem cerere-oferta depinzând de 4 parametri este studiată bifurcația Hopf în jurul unuia dintre echilibrele simetrice. Se determină valorile de bifurcație subcritică, supercritică sau degenerată. Calculul coeficienților Liapunov implicați este realizat folosind formulele deduse. Lucrarea se încheie cu simulări numerice ilustrând rezultatele teoretice referitoare la ciclurile limita.

Mihaela Sterpu și Carmen Rocșoreanu, *Hopf bifurcation in a system of two coupled advertising oscillators*, Nonlinear Analysis: Real World Applications, Elsevier, 6 (2005), no. 1, p. 1-12.

În lucrare sunt studiate dinamica și bifurcații ale unui sistem dinamic 4D obținut prin cuplarea simetrică a doi oscilatori de publicitate identici. Sunt determinate cinci puncte de echilibru și este găsit în spațiul parametrilor locul valorilor care corespund unor singularități nehiperbolice de diferite tipuri. Un studiu al bifurcației Hopf în jurul echilibrelor este realizat folosind teoria varietății centrale, în spațiul parametrilor determinându-se două varietăți pe care are loc bifurcația Hopf nedegenerată. În primul caz de bifurcație Hopf s-au determinat cicluri limită stabile cu patru regimuri pentru care s-au evidențiat interpretări economice adecvate. În cazul al doilea ciclurile limită stabile evidențiate conduc la opt regimuri de comportament economic. Folosind coeficienții Liapunov corespunzători formei normale topologice locale în jurul echilibrelor de tip Hopf, sunt determinate varietăți în spațiul parametrilor pentru care are loc bifurcația Hopf degenerată.

Mihaela Răcilă și Mihnea Marin, *Homogenisation of two-phase piezoelectric composites materials: A numerical tool of investigation*.

Materialele compozite sunt folosite frecvent în multe arii pentru rezolvarea multor nevoi specifice. Ele sunt caracterizate printr-o natură puternic heterogenă iar construcția lor microscopică are o geometrie complicată. Din punct de vedere macroscopic este important de cunoscut proprietățile unor astfel de materiale în ideea înlocuirii lor cu unul omogen, ceea ce se realizează cu ajutorul teoriei omogenizării.

În acest articol se determină proprietățile macroscopice echivalente ale unui material bi-compozit, cunoscând proprietățile mecanice ale componentelor elementare și ținând cont de geometrie la scara microscopică. Se obține informație la nivel microscopic din datele macroscopice. În acest scop se folosește metoda omogenizării asimptotice (AHM) ca principal instrument de cercetare teoretică și metoda elementelor finite pentru realizarea de simulări numerice.

Mihaela Racilă și J. M. Crolet, *Human Cortical Bone. A tool for numerical simulation of fluid motion in osteonal architecture*, Proc. International Conference on Computational Bioengineering (H. Rodrigues et al. eds.), pp. 711-718, Lisbon, Portugal, 2005.

Este bine cunoscut faptul că evoluția în timp a implanturilor depinde de remodelarea osoasă. S-a încercat modelarea matematică a acestui fenomen foarte important folosindu-se cuplarea mediu poros-fluid în canale (Havers-Volkman). A fost realizat un studiu specific asupra interacțiunii fluid-structură cu scopul de a simula numeric scurgerile de fluid din interiorul structurii osoase.

Constantin P. Niculescu and Ionel Roventă: *Fan's inequality in the context of M_p -convexity*. In vol. *Applied Analysis and Differential Equations*. Proc. ICAADE 2006, pp. 267-274, World Scientific, Singapore, 2007 (Editors, Ovidiu Carja and Ioan I. Vrabie). ISBN 978-981-270-594-5, ISSN 981-270-594-5.

Media M_p ponderată se definește pentru perechile de numere pozitive x, y prin formula

$$M_p(x, y; 1-I, I) = \begin{cases} ((1-I)x^p + I y^p)^{1/p} & \text{daca } p \in \mathbf{R} \setminus \{0\} \\ x^{1-I} y^I & \text{daca } p = 0 \\ \min\{x, y\} & \text{daca } p = -\infty \\ \max\{x, y\} & \text{daca } p = \infty. \end{cases}$$

unde $I \in [0, 1]$. Dacă p este un număr impar, atunci putem defini M_p și pentru perechile de numere reale.

Fie E un spațiu liniar topological și fie C o submulțime nevidă, compactă și convexă a lui E . Spunem că o funcție $f: C \rightarrow \mathbf{R}$ este M_p -concavă dacă

$$f((1-I)x + Iy) \geq M_p(f(x), f(y); 1-I, I)$$

pentru orice x, y din C și orice $I \in [0, 1]$. Astfel, funcțiile M_1 -concave sunt funcțiile concave uzuale, în vreme ce funcțiile M_∞ -concave sunt precis funcțiile cvasiconcave.

Rezultatul lui Ky Fan afirmă că orice funcție $f: C \times C \rightarrow \mathbf{R}_+$ care este cvasiconcavă în prima variabilă și inferior semicontinuă în a doua variabilă verifică inegalitatea

$$\min_{y \in C} \sup_{x \in C} f(x, y) \leq \sup_{z \in C} f(z, z).$$

În lucrarea noastră demonstrăm un rezultat complementar: *Presupunem că $f: C \times C \rightarrow \mathbf{R}_+$ este o funcție care este M_p -concavă și inferior semicontinuă în fiecare variabilă. Atunci*

$$\inf_{y \in C} \sup_{x \in C} M_p^p(f(x, y), f(y, x); 1-I, I) \leq \sup_{z \in C} f^p(z, z)$$

pentru orice $I \in (0, 1)$ și orice $p \in \mathbf{R}$.

Cu o tehnică asemănătoare demonstrăm și următorul rezultat: *Presupunem că $f: C \times C \rightarrow \mathbf{R}_+$ este o funcție care este M_p -concavă în prima variabilă și inferior semicontinuă în a doua variabilă. Atunci*

$$\inf_{y \in C} \sup_{x \in C} M_p^p(f(y, y), f(x, x); 1-I, I) \leq \sup_{z \in C} f^p(z, z)$$

pentru orice $I \in (0,1)$ și orice $p \in \mathbf{R}$.

Dorin Dutkay, **Constantin P. Niculescu** and Florin Popovici: *An Extension of Two Basic Results in Real Analysis*. In: AIP Conference Proceedings Volume 835, pp. 48-57, American Institute of Physics, Melville, New York, 2006

Se extinde teorema Denjoy-Bourbaki (teorema creșterilor finte generalizata) si formula Leibniz-Newton la contextul funcțiilor cu semivariație finită și al derivatelor relative. Baza acestei generalizari o constituie formularea unor analoage lemei lui Cousin din analiza reală. J. Hagood si Brian S. Thompson, vor publica un articol legat de rolul acestor rezultate de tip Cousin la reconstructia functiilor cu ajutorul derivatelor Dini.

Racila M., Crolet J. M.: *Nano and macro structure of cortical bone: numerical investigations*

În scopul de a obține o modelizare matematică a osului cortical care să corespundă mult mai bine din punct de vedere fiziologic, o nouă entitate este introdusă și studiată în cadrul acestui articol și anume volumul elementar de conținut mineral (EVMC – **E**lementary **V**olume of **M**ineral **C**ontent). Această entitate reprezintă structura elementară la nivel nanoscopic a osului cortical, iar acest studiu reprezintă o primă contribuție la modelizarea fenomenului de mineralizare în osul cortical uman. O distribuție geometrică este propusă, și este realizată o metodă de determinare a proprietăților fizice ale acestui volum elementar al structurii cristaline. Simularile numerice dovedesc concordanța cu datele experimentale.

Acest studiu își are originea în concluzia obținută de noi în “*New numerical concept for hydroxyapatite in human cortical bone*” (apărut în *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, Vol. 8 (2)/2005, pp. 139-143) și anume aceea că anizotropia osului cortical nu este indusă în mod esențial de către structura haversiană ci mai degrabă de organizarea arhitecturală a structurii cristaline.

Studiul proprietăților fizice ale acestei structuri (EVMC) servește la o mai bună modelizare a dimensiunilor diferite ce există la nivel de componente în osul cortical și la o mai bună caracterizare a proprietăților osului cortical la fiecare nivel al său.

Pentru o organizare dată a unui EVMC, proprietățile osului cortical sunt determinate la fiecare nivel arhitectural al său și bineînțeles la nivel macroscopic. Este studiată de asemenea influența proprietăților unui EVMC asupra proprietăților macroscopice ale osului cortical.

Crolet J. M., **Racila M.**: *Human cortical bone: computer method for physical behavior at nano scale. Constant pressure assumption*

Metoda matematică de omogenizare prin dezvoltări asimptotice este aplicată pentru a determina proprietățile macroscopice ale osului cortical uman cunoscând proprietățile fizice ale celor două componente de bază, colagena și Hidroxiapatita (Hap), precum și arhitectura structurii corticale.

O nouă lege de comportament este introdusă, lege ce modelează într-o manieră satisfăcătoare dispariția fenomenului piezoelectric în osul cortical după un anumit nivel de mineralizare. Această lege își schimbă natura fizică, în funcție de nivelul de mineralizare. Principala consecință a acestei legi este aceea că osul cortical uman, la nivel macroscopic, va avea mereu un comportament elastic.

Efectul fluidului la nivel nanoscopic este modelizat printr-o presiune constantă.

Modelele noastre recente permit determinarea diferitelor entități la nivel nanoscopic din informații la nivel macroscopic. Simularile realizate arată că ipoteza presiunii constante nu este suficientă pentru a putea caracteriza comportamentul mecanic la nivel nanoscopic. Acest studiu necesită un model mult mai complex, cu introducerea unui cuplaj fluid-structură. Un astfel de model este studiat ulterior.

Racila M., Crolet J. M.: *Human cortical bone: the SINUPROS model. Part I - Description and macroscopic results*

În modelele anterioare ale osului cortical, componentele de bază erau fibrele de colagena și hidroxiapatita (Hap); proprietățile lor fizice permit inițierea unui proces numeric de omogenizare continuând trei etape: de la componentele de bază la lamela, de la două lamele consecutive la osteon și de la mai multe tipuri de osteoane la osul cortical.

Toate aceste modele raman interesante, inasa credem ca nu sunt suficiente pentru a putea simula toate aspectele fizice ale unui mediu complex cum este cel al corticalului.

Urmatorul pas il reprezinta in mod natural introducerea fenomenului de mineralizare in cadrul acestor modele. Scopul final este acela de a construi un model capabil sa simuleze arhitecturi ce difera prin gradul de mineralizare: de la cazul fara mineralizare (imediat dupa faza osteoclastica) la cazul unei puternice mineralizari (chiar inainte de faza osteoclastica).

Modelul ce il propunem si pe care il consideram cel mai apropiat de realitatea fiziologica a osului cortical, tine cont de aproape toate entitatile ce intervin in descrierea arhitecturii mult prea complexe a acestuia. Numarul parametrilor introdusi de noi in cadrul acestui model este important (18) si complexitatea acestuia pare mult prea mare. In fapt, un astfel de model reprezinta totusi cea mai buna cale de evaluare a influentei fiecarui parametru.

In urma unei analize multi-nivel a osului cortical, folosind teoria omogenizarii si metoda elementelor finite am realizat un program, in Matlab, care se numeste **SiNuProS** (**S**imularea **N**umerica a **P**roprietatilor **O**sului) si care permite determinarea proprietatilor omogenizate ale structurii composite multi-scara a osului haversian compact (la fiecare nivel al sau) in functie de proprietatile fizice ale colagenei, hidroxiapatitei si ale fluidului osos, precum si in functie de arhitectura fiecarui nivel structural al osului. Posibilitatea de a avea mai multe tipuri de osteoane (conform lui Ascenzi) a fost prevazuta si implementata.

Modelul realizat este foarte complex si practic toate configuratiile posibile pot fi testate, modul de constructie al acestui program permitand o interventie directa asupra diverselor date relative la arhitectura osului.

Rezultatele obtinute sunt interesante din punct de vedere biomecanic: intai, am demonstrat ca este posibil, pentru anumite arhitecturi, sa regasim caracteristicile tesutului osos; apoi, am pus in evidenta faptul ca organizarea structurii cristaline joaca un rol important in anizotropia osoasa; am realizat de asemenea o estimare a campurilor mecanice existente la nivel nanoscopic.

Acest program poate fi utilizat cu usurinta de catre orice persoana interesata de subiect, nu neaparat matematician (biomecanici, medici, etc). Nu in ultimul rand, acest program poate fi atractiv pentru biomecanici, deoarece permite obtinerea proprietatilor osului cortical la fiecare nivel al sau, ceea ce este de o deosebita utilitate mai ales la nivelurile inferioare unde masuratorile experimentale sunt greu accesibile si uneori imposibile.

Crolet J. M., **Racila M.:** *Human cortical bone: the SINUPROS model Part II - Importance of the fluid at micro and nano scales*

Am studiat in acest articol rolul pe care fluidul osos l-ar putea avea in cadrul fenomenului de remodelaj osos. Credem ca acesta ar putea genera o "incarcare" a colagenei, producand astfel un potential electric capabil sa declanseze activitatea celulara responsabila de remodelajul osos.

In acest scop, am considerat osul cortical ca un mediu poros si am studiat diferitele curgeri ce ar putea exista intr-o structura osteonala.

Rolul fluidului a fost modelizat printr-o problema cuplata Darcy-Stokes, considerand o ecuatie de curgere cu o viteza de curgere data de legea lui Darcy pentru structura osteonala si ecuatia lui Stokes pentru canalele Havers si Volkmann. Structura osului cortical este considerata ca mediu poros, cu diferiti coeficienti de porozitate in functie de mineralizare si diferiti tensori de permeabilitate in functie de arhitectura.

Am calculat caracteristicile fizice ale acestui fluid (curgerea lui) folosind diferite "incarcari" la nivel macroscopic ale osului.

Am constatat ca fluidul traversează doua zone de curgere, distingandu-se prin viteza de curgere : canalul lui Havers, cu o viteza "rapida" si structura osoasa cu o viteza "lenta". Aceasta constatare are repercursiuni importante in plan biomecanic.

2.3 Cărți

Sorin Micu, *Introducere în metoda elementului finit*, Ed. Universitaria, Craiova 2005. 210 pagini. ISBN 973-742-066-7.

Cartea *Introducere în metoda elementului finit* își propune pe de o parte să prezinte fundamentele teoretice ale metodei elementului finit și pe de altă parte să ofere exemple concrete și tehnici specifice care să ajute la implementarea cu succes a ei. Cartea aceasta este rodul unei experiențe de peste

zece ani în predarea cursului de metoda elementului finit la Facultatea de matematică-informatică și se dorește a fi un instrument util tuturor celor interesați de studiul și aplicarea metodei.

Constantin P. Niculescu, *An Introduction to Mathematical Analysis*, Ed. Universitaria, Craiova, 2005, 370 pagini. ISBN 973-742-138-8.

Analiza matematică este unul dintre domeniile care oferă o excelentă posibilitate a înțelegerii raportului dintre teorie și algoritmi, dintre caracterul abstract al matematicii și imensul ei potențial în a fi parte la rezolvarea problemelor dintre cele mai concrete ale vieții cotidiene. Cartea de față evidențiază tocmai acest punct de vedere, arătând cititorului scopul construcțiilor abstracte, modul cum ele s-au generat și impactul asupra problemelor de la care s-a plecat. Un număr de probleme majore rămase încă deschise sunt comentate și aduse în atenția cititorilor.

Constantin P. Niculescu, *Probleme speciale de analiză funcțională*, Ed. Universitaria, Craiova, 2005, 160 pagini. ISBN 973-742-137-X.

Această carte se adresează studenților masteranzi și privește aplicațiile analizei funcționale la rezolvarea problemelor la limita pentru ecuațiile cu derivate parțiale. În semestrul 1 al anului universitar 2006/2007, ea a făcut obiectul unui curs de analiza funcțională în cadrul Government College University, Lahore (fiind tradusă în limba engleză).

C. Rocsoreanu, *Bifurcațiile sistemelor dinamice continue. Aplicații în economie și biologie*, 260 pp., Ed. Universitaria, Craiova 2006, ISBN 978-973-742-426-6.

Monografia are la bază cursul autoarei în cadrul programului master de *Probleme de evoluție*. Ea este structurată pe 8 capitole.

În primul capitol se prezintă elemente de dinamică finit dimensională, apoi sunt introduse noțiunile de bifurcație și de stabilitate structurală. În continuare sunt expuse două tehnici fundamentale folosite pentru studiul bifurcațiilor locale ale echilibrelor. Prima constă în determinarea formei normale a sistemului dinamic în jurul singularității nehiperbolice. Aceasta permite ca analiza dinamicii să se facă pe un sistem dinamic echivalent topologic cu cel dat, dar mult mai simplu (polinomial). A doua tehnică presupune, dacă este cazul, determinarea varietății centrale corespunzătoare și a dinamicii pe aceasta. Sistemul redus la varietatea centrală are dimensiunea mai mică decât sistemul dinamic inițial, dar păstrează caracteristicile acestuia. Capitolul se încheie cu exemple de sisteme dinamice ce modelează fenomene din economie sau biologie. Unele dintre aceste exemple vor fi reluate în capitolele următoare, pentru a ilustra anumite tipuri de bifurcații.

Capitolul 2 prezintă bifurcația fald, care are loc în prezența unui echilibru nehiperbolic, cu o valoare proprie corespunzătoare nulă. În cazul sistemelor dinamice de dimensiune unu este dedusă dinamica corespunzătoare bifurcației fald nedegenerate și sunt determinate condițiile în care această bifurcație are loc. Pentru sistemele dinamice de dimensiune mai mare sau egală cu 2, bifurcația fald este studiată cu ajutorul varietății centrale, fiind expuse 3 metode de calcul a acestei varietăți. În continuare sunt prezentate bifurcațiile furcă (fald degenerată) și cuspidă (fald generalizată).

Capitolul 3 este dedicat bifurcației Hopf, în jurul unei singularități cu două valori proprii pur imaginare. Este dedusă Teorema lui Hopf și dinamica corespunzătoare formei normale în cazul sistemelor dinamice bidimensionale, acestea fiind cele mai simple sisteme în care poate avea loc bifurcația Hopf. Pentru sistemele de dimensiune mai mare sau egală cu 3, sunt prezentate 3 metode de calcul pentru varietatea centrală și primul coeficient Liapunov. În continuare este prezentată bifurcația Hopf generalizată (Bautin) și condițiile în care aceasta are loc. Prezența bifurcației Bautin atrage după sine și existența unei alte bifurcații de codimensiune unu, și anume bifurcația de ciclu limită nehiperbolic. Capitolul se încheie cu o aplicație, constând în determinarea bifurcațiilor de tip Hopf și Bautin în cazul sistemului FitzHugh-Nagumo.

Spre deosebire de bifurcațiile fald și Hopf prezentate în capitolele precedente, care sunt bifurcații locale, Capitolul 4 face analiza bifurcațiilor homoclinice, globale.

În Capitolul 5 este analizată bifurcația Bogdanov-Takens, ce corespunde unui echilibru nehiperbolic cu două valori proprii corespunzătoare nule. Sunt expuse mai multe forme normale topologic echivalente pentru această bifurcație. Deoarece prezența unei bifurcații Bogdanov-Takens determină și existența unei bifurcații homoclinice, este dată o aproximare asimptotică a curbei valorilor de bifurcație homoclinică în jurul singularității dublu zero. Capitolul se încheie cu determinarea bifurcațiilor Bogdanov-Takens și homoclinice în sistemul FitzHugh-Nagumo.

În Capitolul 6 sunt prezentate diferite tipuri de bifurcații de rupere a conexiunilor dintre șei, toate acestea fiind bifurcații globale.

Capitolul 7 descrie diagrama globală de bifurcație, ca ansamblu dintre portretul parametric și portretele de fază specifice. Ca exemplu este prezentată diagrama de bifurcație globală a sistemului FitzHugh-Nagumo. Aceasta înglobează toate tipurile de bifurcații deduse pentru acest sistem în capitolele anterioare. Prezentarea se încheie cu o interpretare biologică.

Ultimul capitol este dedicat analizei numerice a dinamicii și a bifurcațiilor cu ajutorul softului *winpp*. Este prezentat meniul principal, apoi se exemplifică utilizarea softului în probleme de dinamică (trasarea unei traiectorii de fază, determinarea portretului de fază, reprezentarea unei variabile în funcție de timp, etc) și în probleme de bifurcație (reprezentarea diagramelor echilibrelor la variația unui parametru, reprezentarea portretului parametric). Cartea include numeroase rezultate originale ale autoarei și se adresează studenților de la masterat.

M. Sterpu, *Modelare algoritmică. Aplicații în C și Maple*, 190 pp., Ed. Universitaria, Craiova 2006, ISBN 973-742-427-1; 978-973-742-427-3.

Modelarea algoritmică este procesul de construire a unei descrieri matematice a unui obiect fizic sau virtual sau procesul de construire a unei baze de date, care codifică geometria unui obiect fizic sau virtual și care furnizează intrările pentru un software integrat dedicat rezolvării unor probleme de proiectare sau într-un sistem de fabricație automată. Aplicațiile modelării geometrice algoritmice se regăsesc în numeroase domenii, de la design-ul asistat de calculator (CAD) în industrie, până la construirea unor modele medicale utile în diagnoză sau la vizualizare științifică.

În această carte sunt descrise metode de modelare algoritmică cu ajutorul curbelor și suprafețelor polinomiale sau polinomiale pe porțiuni. Cartea este structurată în 6 capitole și o anexă. Sunt discutate atât proprietăți geometrice și diferențiale dar și aspecte practice de construire algoritmică a modelelor considerate. Subiectele abordate se referă la curbe Bezier, curbe Hermite, curbe B-spline, interpolare polinomială cubică pe porțiuni de clasă C^1 sau C^2 , suprafețe Bezier, suprafețe Hermite, curbe și suprafețe raționale. Algoritmi asociați metodelor de modelare abordate sunt descriși în programe scrise în limbajul de programare de nivel înalt C, dar și în sistemul de calcul algebric Maple. Cartea se adresează studenților masteranzi în matematică, informatică, calculatoare și automată, precum și specialiștilor în aceste domenii. Cartea include numeroase rezultate originale ale autoarei.

3. Alte realizări privind valorificarea rezultatelor

3.1. Publicarea Proceedings-urilor unor conferințe organizate de grupul de lucru:

Volumul *Mathematical Analysis and Applications*, AIP Conference Proceedings Volume 835, American Institute of Physics, Melville, New York, 2006, vii+167 pp. ISBN 0-7354-0328-7, ISSN 0094-243X (Editori Constantin P. Niculescu și Vicentiu Radulescu)

El reprezintă volumul conferințelor ținute la The *7th National Conference of Mathematical Analysis and its Applications*, Universitatea din Craiova, 23-24 septembrie 2005.

Această manifestare științifică a avut circa 50 de participanți (din România, Franța, Turcia și Belgia).

3.2 Largirea cooperării științifice internaționale.

Alături de cooperarea în realizarea unor lucrări științifice (vezi punctul 2.1), am finalizat un doctorat în cotutela (vezi punctul 3.3) și am organizat Masa rotundă (cu participare internațională):

Integrarea învățământului superior românesc în spațiul european de învățământ și cercetării. Dezvoltarea unor consorții europene de masterat și doctorat în matematici (Universitatea din Craiova, 24 septembrie 2005, moderator, prof. C. Niculescu)

Rezultatul mesei rotunde a fost inițierea unui program european de masterat în cadrul unui consorțiu format din universitățile din Craiova, Iași, Limoges și Louvain.

3.3. Pregătirea resursei umane înalt calificate

Este vorba de integrarea unor studenți în activitățile de cercetare ale grupului de lucru, de finalizarea a mai multor teze de doctorat (ca și a unor lucrări de dizertație). Astfel, sub conducerea directorului de proiect au fost susținute următoarele teze de doctorat :

1. Claudiu Sorin Ciulcu: *Rezultate de existență și multiplicitate pentru problemele variaționale eliptice și inegalități cvasivariaționale* (11 aprilie 2005).
2. Florin Popovici: *Principii de tip Cousin și aplicații ale lor în analiza matematică*. (24 iunie 2005)
3. Mihaela Racilă: *Elaboration d'une modélisation mathématique du transfert multi échelle des signaux mécaniques dans l'os cortical humain. Aspects théoriques et simulations numériques*. (Novembre 22, 2005). Teza în cotutela, cu Prof. Jean Marie Crolet, Université de Besançon, Franța.
4. Aurelia Florea, *Inegalități analitice* (21 decembrie 2006).

Dizertații ale studenților masteranzi conduse de membri ai echipei:

1. Stefan Brozban: *Aplicații aritmetice ale teoriei ergodice*. (lucrare sub îndrumarea prof. Constantin P. Niculescu).
2. Razvan Dranceanu: *Bifurcația Hopf în sisteme dinamice continue* (lucrare sub îndrumarea conf. Carmen Rocsoreanu).

3.4. Participări la Conferințe și Workshop-uri:

- **C. Niculescu**, *Intreprinderea cercetării cu didactică în matematică*. Cazul matematicii economice. Conferința la a 10-a Conferința anuală a Societății de Științe Matematice din România, București, Mai 20, 2006.
- Mihailescu M. și **Roventa I**, *Elliptic problems in a domain with symmetry*, Comunicare la International Conference on Applied Analysis and Differential Equations, Iași, 4-9 sept. 2006.
- **Micu S.**, *An Approximation Method for the Boundary Controllability of the Wave Equation*, conferința invitată la Universidad Autonoma din Ciudad de Mexico, Mexic, 4 iunie 2006.
- **Racila M.**, Crolet J. M., *Transfert multi échelle des signaux mécaniques dans l'os cortical humain*. Seminar științific ținut la: Laboratoire Jacques-Louis Lions (Université Paris 6), Groupe de travail HMS (Homogénéisation et Echelles Multiples), janvier 2006 (<http://www.ann.jussieu.fr/groupes/hms>)
- **Racila M.**, Crolet J. M., "Influence du chargement macroscopique sur les champs mécaniques aux échelles micro et nanoscopiques dans l'os cortical humain", Journée thématique de la Société de Biomécanique : *Biomécanique et ingénierie tissulaire : Une révolution en orthopédie ?*, Paris, mai 2000 (http://bio-atlas.paris.ensam.fr/Manifestations/programme_definitif.pdf)
- **Rocsoreanu C. and Sterpu M.**, *Liapunov coefficients for non-symmetrically coupled systems*, International Conference on Applied Analysis and Differential Equations, Iași, 4-9 sept. 2006.
- **Rocsoreanu C. and Sterpu M.**, *Fold and Hopf bifurcations in non-symmetrically coupled dynamical systems*, the XIV Conference on applied and industrial mathematics, dedicated to the 60th anniversary of the foundation of the Faculty of Mathematics and Computer Science of Moldova State University.
- **A. Matei**, *Problèmes de contact dans un interval de temps non borné*, "8-ième Colloque Franco-Roumaine de Mathématiques Appliquées", Chambéry, 28 août - 1 septembre 2006, France.

Nu în ultimul rând, trebuie notat faptul că acest grant sprijină programul de master-doctorat în matematică al Universității din Craiova creând un stimulent pentru întreaga activitate a cadrelor didactice și a studenților de aici.

Craiova, 23 martie 2007

Director de proiect

Prof. dr. Constantin P. Niculescu