



ROMÂNIA
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
Universitatea din Craiova
FACULTATEA DE ȘTIINȚE
Departamentul de Matematică

Str. Al.I.Cuza, nr.13, 200585, tel. 40.51.41.37.28, fax: 40.51.41.26.73



FIȘA DISCIPLINEI

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea din Craiova
1.2. Facultatea	Științe
1.3. Departamentul	Matematică
1.4. Domeniul de studii	Matematică
1.5. Ciclul de studii universitare	Master
1.6. Forma de organizare	IF
1.7. Programul de studii	MASTER MATEMATICI APLICATE

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Teoria bifurcațiilor și aplicațiile lor în economie (D4MMAM317)						
2.2. Titularul activităților de curs	Conf. univ. dr. Mihaela STERPU						
2.3. Titularul activităților de seminar/ laborator	Conf. univ. dr. Mihaela STERPU						
2.4. Anul de studiu	II	2.5. Semestrul	I	2.6. Tipul de evaluare	E	2.7. Regimul disciplinei	OB/S

3. Timpul total estimat (ore pe semestru a activităților didactice)

3.1. Numărul de ore pe săptămână	4	din care: 3.2 curs	2	3.3. seminar	2
3.4. Total ore din planul de învățământ	56	din care: 3.5 curs	28	3.6. seminar	28
Distribuția fondului de timp - ore/săpt.					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					24
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					13
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					24
Tutoriat					5
Examinări					5
Alte activități.....					-
3.7. Total ore studiu individual					64
3.8. Total ore pe semestru					125
3.9. Numărul de credite					5

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. de curriculum	• Noțiuni fundamentale de Ecuații diferențiale, Sisteme dinamice, Geometrie diferențială
4.2. de competențe	• Operarea cu noțiuni și metode matematice • Conceputarea modelelor matematice pentru descrierea unor fenomene • Demonstrarea rezultatelor matematice folosind diferite concepte și raționamente

	Prelucrarea matematică a datelor, analiza și interpretarea unor fenomene și procese
--	---

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. de desfășurare a cursului	sală de curs dotată corespunzător, calculator, videoproiector, tablă
5.2. de desfășurare a seminarului	sală de curs dotată corespunzător, calculator, videoproiector, tablă

6. Obiectivele disciplinei - rezultate așteptate ale învățării la formarea cărora contribuie parcurgerea și promovarea disciplinei

Cunoștințe	Studentul/Absolventul: - definește conceptele de bază din discipline avansate de matematică; - compară și distinge noțiunile înrudite și proprietățile acestora din discipline avansate de matematică din curricula; - formulează observații și diferențiază noțiuni, proprietăți și aserțiuni din discipline avansate de matematică prin exemple și contraexemple.
Apținutini (Abilități)	Studentul/Absolventul: - răspunde la întrebări și formulează corect și riguros enunțurile unor aserțiuni matematice (leme, propoziții, teoreme) din disciplinele din curricula; - reproduce și analizează ipotezele și concluziile din aserțiunile matematice și discută modul în care acestea se pot lega în cadrul demonstrației; - argumentează rolul elementelor din ipoteza aserțiunilor matematice, discută modul în care acestea se articulează în demonstrație și construiește în mod independent demonstrații corecte ale unor aserțiuni matematice din cadrul disciplinei Fundamentele geometriei.
Responsabilitate și autonomie	Studentul/Absolventul: - extinde tehnicile de rezolvare a problemelor obișnuite la probleme care apar în situații noi și cu grad progresiv de dificultate, caută și alte metode de rezolvare și formulează consecințe și concluzii ce decurg dintr-un set de ipoteze; - analizează metodele de rezolvare, stabilește unicitatea soluțiilor, recunoaște erorile de raționament din rezolvarea unei probleme, găsește modalitatea prin care le poate elimina și obține versiunea corectă a demonstrației / metodei de rezolvare; - verifică, pe cazuri particulare sau prin construirea unor exemple sau contraexemple, validitatea unor afirmații matematice; transpune o situație practică în limbaj matematic, rezolvă problema obținută și interpretează rezultatele obținute.

7. Conținuturi

7.1. CURS	Fond de timp alocat (ore)
1. Sisteme dinamice	2 ore
2. Echivalența topologică a sistemelor dinamice. Clasificarea topologică a echilibrelor și punctelor fixe.	2 ore
3. Clase de echivalență topologică pentru sisteme dinamice liniare plane	2 ore
4. Bifurcații și diagrame de bifurcație. Stabilitate structurală.	2 ore
5. Forme normale topologice. Varietăți centrale.	2 ore
6. Bifurcații de codimensiune 1 ale echilibrelor în sisteme dinamice continue: bifurcația șa-nod, bifurcația transcritică, bifurcația furcă.	2 ore
7. Bifurcații de codimensiune 1 ale echilibrelor în sisteme dinamice continue: bifurcația Hopf.	2 ore
8. Bifurcații ale orbitelor homoclinice și heteroclinice. Teorema Andronov-Leontovich, teoremele lui Shilnikov, integrala Melnikov.	2 ore
9. Bifurcații de codimensiune doi ale echilibrelor în sisteme dinamice continue: Bifurcația Bautin (Hopf degenerat).	2 ore
10. Bifurcația cuspidală	2 ore
11. Bifurcația Bogdanov-Takens	2 ore

12. Bifurcații cu grupuri de simetrii.	2 ore
13. Bifurcația fald-Hopf, bifurcația Hopf-Hopf.	2 ore
14. Bifurcații de codimensiune 1 ale punctelor fixe în sisteme dinamice discrete: bifurcația fald, bifurcația flip, bifurcația Neimark-Sacker.	2 ore
Bibliografie	
1. D.K. Arrowsmith, C.M. Place, <i>An introduction to dynamical systems</i> , Cambridge University Press, 1994. 2. S.N. Chow, C. Li, D. Wang, <i>Normal forms and bifurcations of planar vector fields</i> , Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994. 3. J. Hale, H. Kocak, <i>Dynamics and bifurcations</i> , Springer, New-York, 1991, http://inis.jinr.ru/sl/vol2/Mathematics/Diff.Equations/Hale,Kocak,_Dynamics&Bifurcations,1991.pdf 4. J. Guckenheimer, P. Holmes, <i>Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields</i> , Springer, New-York, 1983. 5. Perko L., <i>Differential equations and dynamical systems</i> , Springer, New York, 2001. 6. Yu. Kuznetsov, <i>Elements of applied bifurcation theory</i> , Springer, New York, 2004. https://wwwf.imperial.ac.uk/~dturaev/kuznetsov.pdf 7. C. Roșoreanu, <i>Bifurcațiile sistemelor dinamice continue. Aplicații în economie și biologie</i> , Ed. Universitaria, Craiova, 2006. 8. M. Sterpu, <i>Teoria bifurcațiilor și aplicații. Suport pentru curs, format electronic</i> , 2025.	

7.2. Seminar	Fond de timp alocat (ore)
Prezentarea unor modele matematice din biologie: modelul Hodgkin-Huxley, modele pradă-prădător, modelul FitzHugh-Nagumo.	2 ore
Prezentarea unor modele matematice din economie: modele de creștere economic, modele pentru ciclul de afaceri, model de publicitate.	2 ore
Prezentarea unor modele matematice din mecanică: ecuația Van der Pol, ecuația Duffing, sistemul Lorenz.	2 ore
Analiza numerică a bifurcațiilor. Pachetul software XPP.	2 ore
Aplicații referitoare la identificarea și studierea bifurcațiilor șa-nod, transcritică, furcă în diferite sisteme dinamice continue.	2 ore
Aplicații referitoare la identificarea și studierea bifurcației Hopf în modele din mecanică și biologie.	2 ore
Aplicații referitoare la identificarea și studierea bifurcației Hopf în modele din economie. Interpretarea economică a rezultatelor teoretice.	2 ore
Bifurcația Hopf degenerat în modelul de publicitate.	2 ore
Bifurcația Bogdanov-Takens în modelul FitzHugh-Nagumo.	2 ore
Studierea dinamicii și bifurcațiilor unui model din economie.	2 ore
Studierea dinamicii și bifurcațiilor unui model din mecanică.	2 ore
Prezentarea proiectelor de lucru individuale sau în echipă	6 ore
Bibliografie	
1. Ermentrout B. <i>Simulating, analyzing, and animating dynamical systems: a guide to XPPAUT for researchers and students</i> , SIAM, 2002. 2. Ermentrout B. XPPAUT, http://www.math.pitt.edu 3. Brauer F., Castillo-Chavez C., <i>Mathematical models in population biology and epidemiology</i> , Springer, New York, 2010. 4. Roșoreanu C., Georgescu A., Giurgiteanu N. <i>The FitzHugh-Nagumo model. Bifurcation and dynamics</i> , Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000. 5. Roșoreanu C. <i>Bifurcațiile sistemelor dinamice continue. Aplicații în economie și biologie</i> , Ed. Universitaria, Craiova, 2006. 6. Sterpu M., Roșoreanu C. <i>Modelarea și simularea proceselor economice</i> , Editura Universitaria, Craiova, 2007. 7. Tu P. <i>Dynamical systems. An introduction with applications in economics and biology</i> , Springer, Berlin, 1994.	

7.3 Tip activitate	Modalitatea de desfășurare	Metode de predare
Curs	Față în față	Prelegere participativă, expunerea, conversația euristică, problematizarea, demonstrația
Seminar	Față în față	Conversația euristică, problematizarea, descoperirea, demonstrația, exercițiul

8. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatori reprezentativi din domeniul aferent programului

- Conținutul cursului asigură pregătirea științifică a cursanților în vederea desfășurării unei activități de cercetare fundamentală în domeniul teoriei bifurcației sistemelor dinamice, precum și de cercetare aplicativă, în studierea dinamicii unor modele ale unor fenomene și procese din diferite domenii (biologie, economie, mecanică, etc.)

9. Evaluare

Tip activitate	9.1. Criterii de evaluare	9.2. Metode de evaluare	9.3. Pondere din nota finală
9.4. Curs	• Capacitatea de tratare corectă, completă, clară, a subiectelor teoretice din cadrul lucrării scrise. • Identificarea și selectarea metodelor adecvate pentru studierea unui sistem dinamic cu grad de dificultate mediu • Aplicarea metodelor adecvate pentru studierea unui sistem dinamic cu grad de dificultate mediu	lucrare scrisă	50%
9.5. Seminar	• Capacitatea de a realiza unui proiect de cercetare a unui model matematic, cu evidențierea etapelor intermediare și elaborarea documentelor de lucru • Abilitate în comunicare, rigurozitate, redactare logică, spirit autocritic	– Participarea activă la activitățile de seminar; – Realizarea și prezentarea proiectelor de lucru individuale sau în echipă	50%
9.6. Standard minim de performanță			
• Identificarea, selectarea și aplicarea metodelor pentru studierea unui bifurcațiilor sistem dinamic cu grad de dificultate mediu • Realizarea unei cercetări simple, dar complete, pe o temă dată.			

Data completării
09.09.2025

Titular de disciplină,
Conf. univ. dr. Sterpu Mihaela

Semnătura titularului

.....

Data avizării în departament
12.09.2025

Director de departament,
prof. univ. dr. Rovența Ionel

Semnătura directorului de departament,

.....